

# Handout zum Hauptseminarvortrag

# Supersymmetrie

Von Simon Kast vom 03.06.2011

Hauptseminar  
„Der Urknall und seine Teilchen“

## Inhaltsverzeichnis

1. Das Standardmodell .....	2
1.1. Überblick Teilchen und Kräfte .....	2
1.2. Der Higgsmechanismus .....	2
1.3. Kopplungskonstanten.....	3
1.4. Offene Fragen und Probleme .....	3
2. Grund Unified Theory.....	4
2.1. Grundlegende Idee.....	4
2.2. Verlauf der Kopplungskonstanten.....	5
2.3. Antworten der GUT .....	5
2.4. Versagen des Standardmodells .....	6
3. Supersymmetrie .....	6
3.1. Grundlegende Idee.....	6
3.2. Veränderter Verlauf der Kopplungskonstanten .....	7
3.3. R-Parität.....	7
3.4. Lösungen und offene Aufgaben der Supersymmetrie .....	8
4. Fazit und Ausblick.....	9
5. Quellenangabe .....	9

# 1. Das Standardmodell

## 1.1. Überblick Teilchen und Kräfte

Die folgenden Tabellen enthalten einen Überblick über die Teilchen und Kräfte des Standardmodells.

		Familien			el. Ladung	Kräfte			
						st	em	sw	grav
Materie- Teilchen	Quarks	u	c	t	+2/3	x	x	x	x
		d	s	b	-1/3	x	x	x	x
	Leptonen	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	0	-	-	x	x
		e	$\mu$	$\tau$	-1	-	x	x	x

Fundamentale Kräfte	Wechselwirkung	Austauschteilchen
	stark	8 Gluonen
	elektromagnetisch	Photon
	schwach	$W^+, W^-, Z^0$
Gravitation	Graviton	

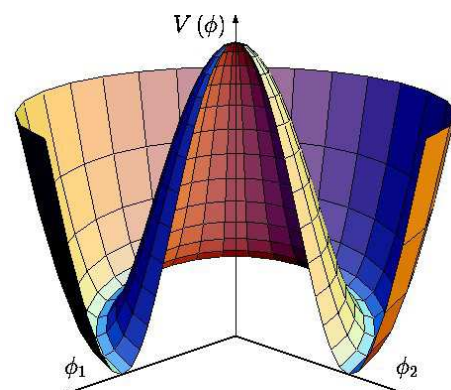
Die Elementarteilchen sind Fermionen mit Spin  $\frac{1}{2}$ , bei den Wechselwirkungs-Teilchen handelt es sich jeweils um Bosonen mit Spin 1 (bzw. 2 beim Graviton).

Die Gravitation ist nicht Bestandteil des Standardmodells, da es sich dabei um ein nicht-renormierbares Feld handelt. Das bedeutet, dass bei der Rechnung Unendlichkeiten auftreten welche sich nicht eliminieren lassen.

## 1.2. Der Higgsmechanismus

Der Higgs-Mechanismus erklärt wie Teilchen ihre Masse erhalten. Man erklärt sich diesen Effekt durch eine Wechselwirkung mit einem skalarem Feld (**Higgs-Feld**), welches durch ein Potential der Form  $V(\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$  beschrieben wird. Der Parameter  $\lambda$  ist dabei grundsätzlich positiv gewählt,  $\mu^2$  kann positive und negative Werte annehmen. Für positive Werte von  $\mu^2$  ist der Grundzustand eindeutig bei  $\Phi = 0$ . Für negative Werte von  $\mu^2$  nimmt das Potential die Form eines sogenannten Mexican-Hat-Potentials an (siehe Abbildung).

Der Grundzustand ist nun nicht mehr eindeutig definiert. Alle Punkte auf dem Kreis sind gleichberechtigt. Der Grundzustand wird nun für einen endlichen Wert von  $\Phi$  angenommen, das Feld erhält also „Substanz“. Den Übergang von positiven



zu negativen Werten von  $\mu^2$  bezeichnet man als **spontane Symmetriebrechung**, da nach dem Prozess der Grundzustand nicht mehr eindeutig ist und demnach die zuvor perfekte Symmetrie des Grundzustands verloren geht.

Ein gutes Beispiel für spontane Symmetrie-Brechung ist der Effekt der Supraleitung. Unterhalb einer kritischen Temperatur wird das Material supraleitend, was einem Übergang von positiven zu negativen Werten von  $\mu^2$  entspricht. Das oben genannte Potential wurde zunächst eingeführt um die Supraleitung zu beschreiben und später analog für den Higgs-Mechanismus übernommen.

Die Quantisierung des Higgs-Feldes sind die Higgs-Bosonen.

### 1.3. Kopplungskonstanten

Als Kopplungskonstante bezeichnet man eine Größe welche angibt wie „stark“ eine Wechselwirkung ist. In der Quantenfeld-Theorie wird jeder Vertex in einem Feynman-Diagramm mit der Kopplungskonstante der zugehörigen Wechselwirkung gewichtet. Befinden sich in einem Diagramm mehrere Vertices so werden die jeweiligen Kopplungskonstanten miteinander multipliziert. Mit Hilfe der Kopplungskonstanten lässt sich feststellen wie wahrscheinlich ein Prozess im Vergleich zu anderen möglichen Prozessen ist.

### 1.4. Offene Fragen und Probleme

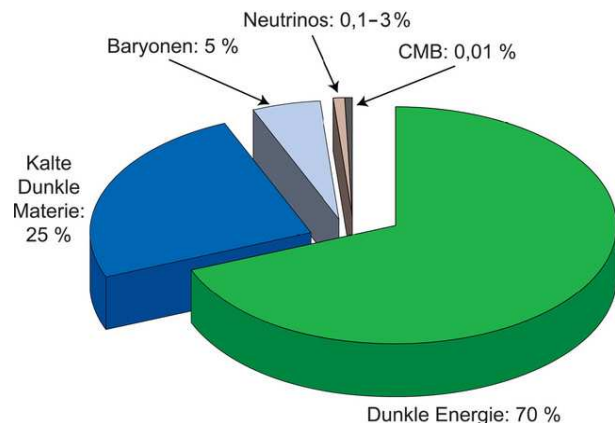
Das Standardmodell war in den letzten Jahrzehnten überaus erfolgreich. So ist die Quantenelektrodynamik, die älteste Quantenfeldtheorie des Standardmodells, die am besten verifizierte Theorie aller Zeiten. Dennoch gibt es verschiedene Probleme und offene Fragen auf welche das Standardmodell keine Antwort gibt:

- Das Eichproblem : Das Standardmodell enthält drei verschiedene Kräfte, welche durch drei unterschiedliche Symmetriegruppen beschrieben werden:  
 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
- Das Parameterproblem: Im Standardmodell enthält mindestens 18 frei Parameter
- Das Fermionproblem: Warum gibt es 3 Generationen von Leptonen und Quarks?
- Materie-Antimaterie-Asymmetrie
- Problem der Ladungsquantisierung: Warum haben Elektron und Proton exakt entgegengesetzte Ladung?
- Das Hierarchie-Problem: Warum sind die Kräfte unterschiedlich stark?
- Das Fine-Tuning-Problem: Bei Strahlungskorrekturen der Higgs-Bosonen-Masse treten quadratische Divergenzen auf. Um diese zu eliminieren muss ein sehr fein abgestimmter Wert abgezogen werden

All diese Probleme lassen sich durch andere Theorien erklären, bzw. die offenen Fragen könnten auch unbeantwortbar sein. So wäre es theoretisch natürlich möglich dass sich die Parameterzahl nicht weiter reduzieren lässt, die Physik des Universums also 18 freie

Parameter enthält. Alleine aufgrund dieser Probleme und Fragen lässt sich also nicht sagen, dass das Standardmodell eine unzureichende Theorie ist.

Das eigentliche Argument für eine neue Theorie ist das Problem der dunklen Materie. Neueste experimentelle Daten belegen, dass die Gesamtenergie des Universums nur zu etwa 5% aus der uns bekannten Barionischen Materie besteht (siehe Abbildung). Die 25%, welche die dunkle Materie ausmacht, werden vom Standardmodell nicht beschrieben.



Wie wir später sehen werden kann die Supersymmetrie eine Erklärung für die Dunkle Materie geben und damit neben anderen, auch dieses fundamentale Problem des Standardmodells lösen.

## 2. Grund Unified Theory

### 2.1. Grundlegende Idee

Als Grand Unified Theorie bezeichnet man eine Vereinigung der 3 fundamentalen Kräfte (Elektromagnetismus, starke und schwache Kraft). Die drei Symmetriegruppen des Standardmodells werden dabei zu einer einzigen großen Symmetriegruppe zusammengefasst. Die Quarks und Leptonen des Standardmodells werden in gemeinsamen Multipletts angeordnet. Die erste Obermenge der drei Symmetriegruppen ist die **SU(5)** (siehe Abbildung).

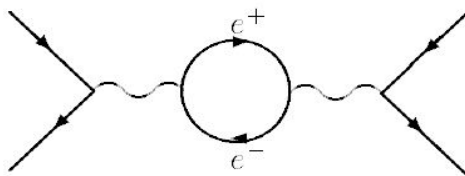
$$\left( \begin{array}{ccc|cc} G_{11} - \frac{2B}{\sqrt{30}} & G_{12} & G_{13} & X_1^C & Y_1^C \\ G_{21} & G_{22} - \frac{2B}{\sqrt{30}} & G_{23} & X_2^C & Y_2^C \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} - \frac{2B}{\sqrt{30}} & X_3^C & Y_3^C \\ \hline X_1 & X_2 & X_3 & \frac{W^3}{\sqrt{2}} + \frac{3B}{\sqrt{30}} & W^+ \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 & W^- & -\frac{W^3}{\sqrt{2}} + \frac{3B}{\sqrt{30}} \end{array} \right)$$

Die G-Einträge Repräsentieren die SU(3) der Farb-Symmetrie die W- und B- Einträge stellen die Symmetrie der elektroschwachen Wechselwirkung da. Da die SU(5) über 24 Parameter verfügt und das Standardmodells nur 12 (8 Gluonen + 1 Photon +  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$ ) besitzt, enthält die SU(5) 12 neue Wechselwirkungsteilchen (die X- und Y-Einträge). Diese sogenannten Leptoquarks können Umwandlungen zwischen Quarks und Leptonen bewirken.

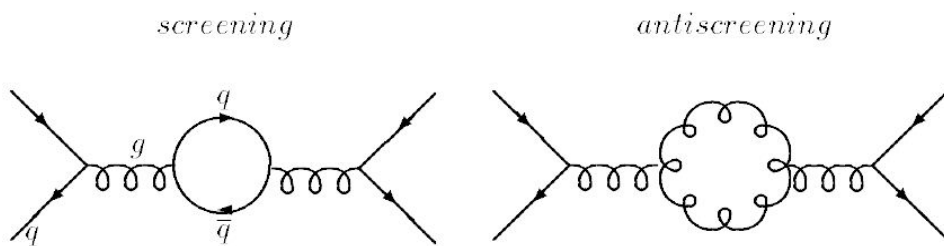
## 2.2. Verlauf der Kopplungskonstanten

Eine GUT ist nur möglich, wenn alle Kräfte gleichstark sind, die Kopplungskonstanten also denselben Wert annehmen. Tatsächlich wäre dies möglich, da die Kopplungskonstanten nicht wirklich konstant sind, sondern bei verschiedenen Energiedichten unterschiedliche Werte annehmen. Erklären lässt sich dies mit dem Effekt des Screenings. In der Nähe einer Ladung werden ständig aufgrund der hohen Energiedichte virtuelle Teilchen-Antiteilchen-Paare gebildet. Diese richten sich im Feld der Ladung aus und erzeugen so ein Gegenfeld, was die reine Ladung abschirmt. Bei höheren Energiedichten gelangt man tiefer in dieses Gegenfeld hinein und sieht so mehr von der reinen Ladung, sodass die Kopplungskonstante höher erscheint. Im Farbfeld gibt es zudem noch den Effekt des Antiscreenings, da die Gluonen selbst eine Farbladung tragen und somit die scheinbare Farbladung erhöht wird. Der Antiscreening-Effekt überwiegt sodass die Kopplungskonstante der starken Kraft mit höherer Energiedichte abnimmt. Diese Strahlungskorrekturen werden durch folgende Feynman-Diagramme beschrieben:

### Screening bei elektrischer Ladung:



### Screening und Antiscreening bei Farbladung:

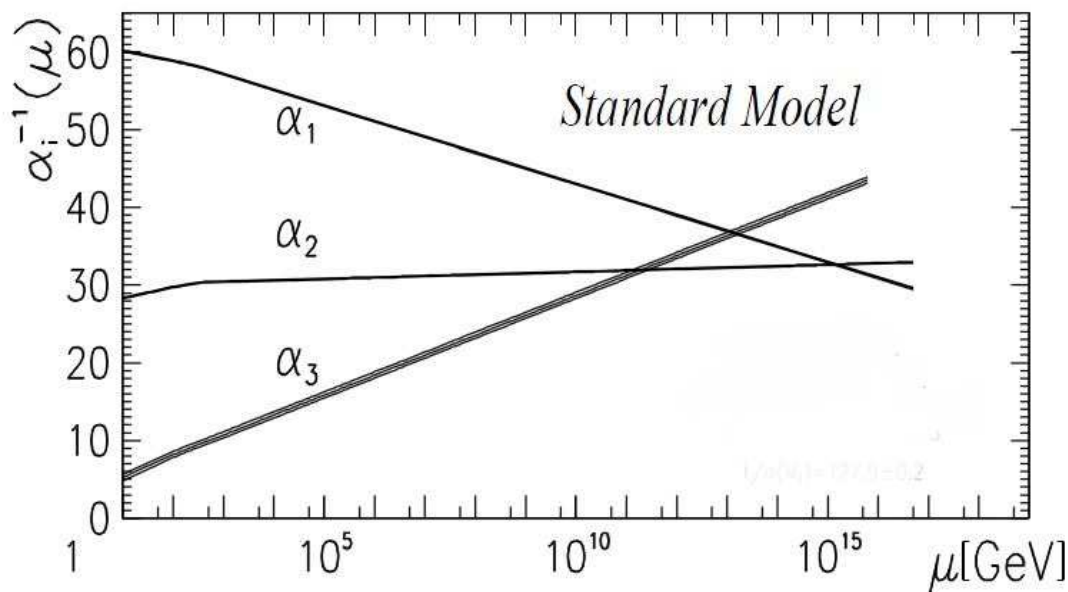


## 2.3. Antworten der GUT

Die GUT vereinigt die drei verschiedenen Kräfte und lässt somit das Eichproblem. Gleichzeitig lässt sich das Problem der Ladungsquantisierung beheben, da in einer GUT Leptonen und Quarks in denselben Multipletts angeordnet sind und so deren Ladungen direkt verknüpft sind. Dadurch ergibt sich automatisch, dass Elektron und Proton entgegengesetzte Ladungen tragen. Desweiteren kann durch den Zerfall der Leptoquarks die Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie erklärt werden, da der Zerfall des X-Bosons in reine Materie wahrscheinlicher ist als in reine Antimaterie.

## 2.4. Versagen des Standardmodells

Durch die Leptoquarks der GUT sind neue Zerfälle des Protons möglich. Die Lebensdauer des Protons ist deshalb von der Masse des X-Bosons, also der Energiedichte bei welcher die Vereinheitlichung erzielt wird, abhängig. Mit der gemessenen Lebensdauer des Protons lässt sich damit die Energiedichte der GUT-Skala auf über  $10^{15}$  GeV eingrenzen. Am LEP konnte 1991 von Ugo Amaldi, Wim de Boer und Hermann Fürstenau der Verlauf der Kopplungskonstanten sehr genau vermessen werden (siehe Abbildung).



Wie man sieht laufen die Kopplungskonstanten nicht zusammen und die Kreuzungen zweier Kopplungskonstanten liegen jeweils unter einer Energie von  $10^{15}$  GeV, was sich nicht mit der Lebensdauer des Protons vereinbaren lässt. Im Rahmen des Standardmodells lässt sich also eine Vereinheitlichung der Kopplungskonstanten und damit einer GUT nicht erzielen.

Wie wir gleich sehen werden ist dies jedoch möglich wenn man die Supersymmetrie einführt.

## 3. Supersymmetrie

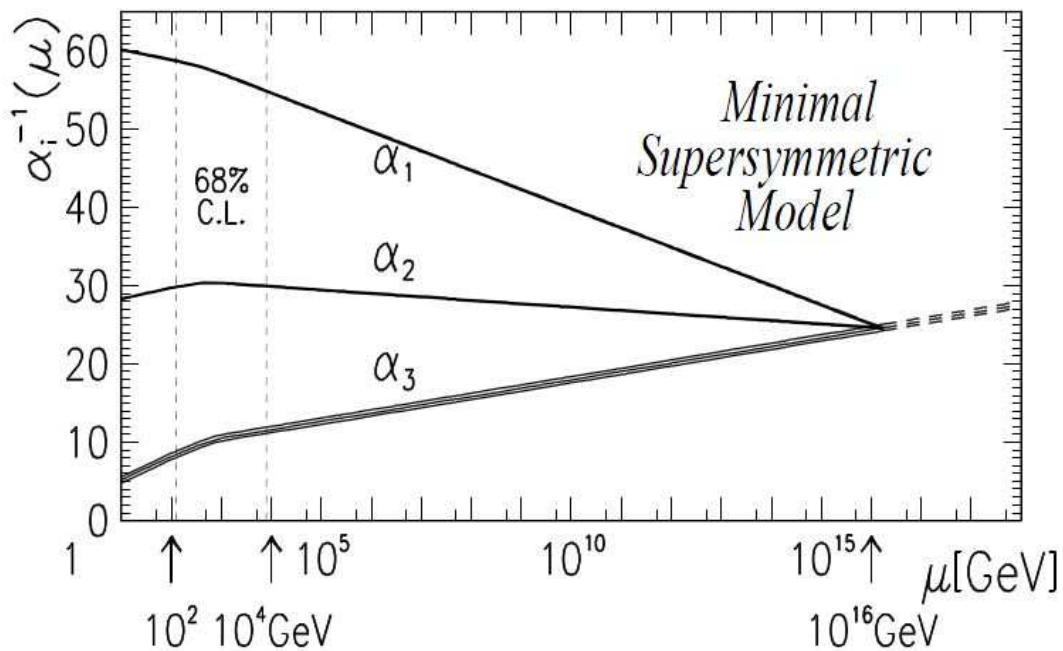
### 3.1. Grundlegende Idee

Erstmals wurde die Idee der Supersymmetrie in den 70er-Jahren aufgestellt. Historisch wurde sie durch das Fine-Tuning-Problem motiviert. Berücksichtigt man in den Strahlungskorrekturen nicht nur die Fermionen des Standardmodells sondern auch skalare (Spin 0) Teilchen, so verschwinden die Quadratischen Divergenzen. Deshalb wurde jedem Fermion des Standardmodells ein „Superpartner“ mit Spin 0 zugewiesen und ebenso jedem Boson des Standardmodells ein Fermion mit Spin  $\frac{1}{2}$ . Die Superpartner der Fermionen erhalten ein S vorangestellt (z.B. Seletron), die Superpartner der Bosonen enden auf -ino (z.B. Photino). Die Supersymmetrie ist demnach eine Symmetrie zwischen Fermionen und

Bosonen. Da die Super-Teilchen bislang noch nicht entdeckt werden sind kann es sich dabei nicht um eine exakte Symmetrie handeln. Man nimmt an dass die Brechung der Symmetrie jedoch nur weich ist, was bedeutet, dass nur die Massen der Superpartner größer sind, die Kopplungen an die Kraftfelder jedoch gleich sind. Dies bezeichnet man als Minimal Supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells (MSSM).

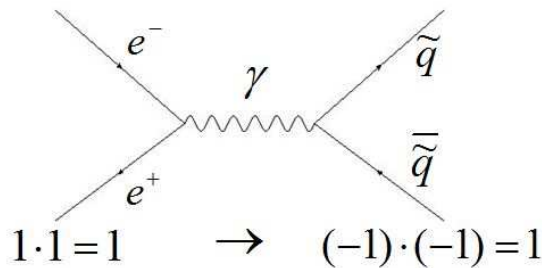
### 3.2. Veränderter Verlauf der Kopplungskonstanten

Geht man davon aus, dass die Superteilchen etwa Massen um 1TeV besitzen, sie also ab dieser Energiedichte mit in den Schleifenkorrekturen der Kopplungskonstanten berücksichtigt werden müssen, so ergibt sich ein veränderter Lauf der Kopplungskonstanten (siehe Abbildung). Auch diese Berechnungen wurden Anfang der 90er-Jahre am LEP durchgeführt. Man sieht dass sich im MSSM die Kopplungskonstanten bei hohen Energien vereinigen lassen und demnach eine GUT möglich ist. Die Energiedichte der GUT ist außerdem höher als  $10^{15}$  GeV, sodass dies auch mit der Lebensdauer des Protons vereinbar ist.



### 3.3. R-Parität

Um die Baryonen und Leptonenzahl zu erhalten führt man in der Supersymmetrie für jedes Teilchen eine neue Quantenzahl, die sogenannte R-Parität ein:  $R = (-1)^{3(B-L)+2s}$ , wobei B die Barionenzahl, L die Leptonenzahl und s der Spin eines Teilchens ist. Damit erhält jedes Teilchen des Standardmodells R-Parität 1 und jedes SUSY-Teilchen R-Parität -1. Die Quantenzahl ist multiplikativ. Daraus ergeben sich einige interessante Konsequenzen. So können zum Beispiel SUSY-Teilchen nur paarweise erzeugt werden, damit die R-Parität erhalten ist:



Desweiteren kann das leichteste SUSY-Teilchen (LSP) alleine nicht weiter zerfallen, da es nicht genügend Energie für ein anderes SUSY-Teilchen hat und beim Zerfall in Standard-Teilchen die R-Parität nicht erhalten ist. Damit ist das LSP ein idealer Kandidat für dunkle Materie. Zwar können LSP-Teilchen paarweise zerfallen, aber die Ausdehnung des Universums verlangsamt diesen Prozess. Berechnet man den Annihilations-Querschnitt des LSP und schätzt damit den Wert der Hubble-Konstante ab – sodass noch heute LSP da vorhanden sind – ergibt sich ein mit dem gemessenen Wert konsistentes Ergebnis.

### 3.4. Lösungen und offene Aufgaben der Supersymmetrie

Im Rahmen der GUT, welche mit Hilfe der Supersymmetrie erreicht werden kann, wird das Eichproblem und das Problem der Ladungsquantisierung gelöst. Die Materie-Antimaterie-Asymmetrie kann mit Hilfe des Zerfalls des X-Bosons erklärt werden. Das Hierarchie-Problem wird vermieden, da die reinen Kopplungskonstanten eigentlich gleich sind. Sie sind nur bei den niedrigen Energiedichten des heutigen Universums aufgrund von Strahlungskorrekturen verschieden. Das Fine-Tuning-Problem wird gelöst, da in den Strahlungskorrekturen nun auch die Super-Teilchen (skalare Teilchen) berücksichtigt werden müssen und somit die quadratischen Divergenzen verschwinden.

Bemerkenswert ist außerdem, dass der Higgs-Mechanismus in der Supersymmetrie vorhergesagt wird. Der Term des Higgs-Potentials wird beim Aufstellen einer supersymmetrischen Lagrangedichte automatisch erhalten.

Offen bleibt das Fermionproblem. Das Parameter-Problem wird zunächst durch eine Verdopplung der Teilchenzahl viel schlimmer. Es ist jedoch möglich die Yukawa-Kopplungen (die Yukawa-Kopplungen geben an wie stark Teilchen an die das Higgs-Feld koppeln) und damit die Massen vieler Teilchen zu vereinigen und somit die Parameterzahl wieder deutlich zu erniedrigen. Als weiterführende Theorie ist hier die mSUGRA zu nennen, welche außerdem als Ziel hat die Brechung der Supersymmetrie zu erklären.

Ein Problem der Supersymmetrie ist, dass bisher noch keine SUSY-Teilchen nachgewiesen werden konnten. Trotzdem konnten schon einige Vorhersagen der SUSY auf niedrigen Energie-Skalen überprüft werden. So gelang zum Beispiel mit Hilfe der Energie, i.e. der Masse der GUT-Skala, welche sich aus der SUSY ergibt, und der Masse des Z-Bosons eine Abschätzung der Top-Quark-Masse, lange bevor diese experimentell gemessen wurde.



## 4. Fazit und Ausblick

Das Standardmodell bietet nicht die Voraussetzungen für eine erfolgreiche Vereinigung der Grundkräfte im Rahmen einer GUT. Mit Hilfe der Supersymmetrie gelingt im MSSM allerdings eine solche Vereinigung. Desweiteren kann die Supersymmetrie einer Erklärung für dunkle Materie liefern und gleichzeitig verschiedene andere Probleme (z. B.: Fine-Tuning) lösen. Auch der Higgsmechanismus ist in der Supersymmetrie automatisch vorhanden und verschiedene Voraussagen der Supersymmetrie betreffend niedriger Energieskalen (z.B.: Top-Quark-Masse) konnten bereits erfolgreich verifiziert werden. Außerdem ist bei der Supersymmetrie grundsätzlich eine Vereinigung mit der Gravitation nicht ausgeschlossen. All dies lässt die Theorie der Supersymmetrie sehr attraktiv erscheinen. Jedoch gelang bisher Nachweis für Superteilchen. Dies ist eine der wichtigsten Aufgaben für moderne Teilchenbeschleuniger und Detektoren.

## 5. Quellenangabe

- Skript „Grand Unified Theories and Supersymmetry in Particle Physics and Cosmology“ , Wim de Boer, 1994
- Folien der Vorlesung „Introduction to Supersymmetry“, Wim de Boer, 2010
- Quantum Field Theory, Lewis Ryder (Cambridge University Press)
- A Supersymmetry Primer, Stephen P. Martin (Northern Illinois University)