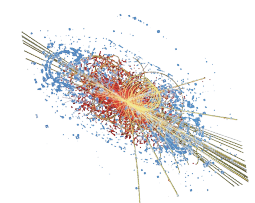


Literatur:

- D. Griffith: Einführung in die Elementarteilchenphysik
- P. Schmüser: Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker
- F. Halzen und A. D. Martin: Quarks und Leptons

Inhalt:

- 3.1 Einführung
- 3.2 Relativistische QFT
- 3.3 Eichprinzip und Lagrangedichten in QFT
- 3.4 Von der Lagrangedichte zu den Feynmanregeln und dem WQ
- 3.5 Elektroschwache Theorie



SM der Teilchenphysik:

- Relativistische Quantenfeldtheorie
(renormierbar, dh. es treten “keine unsinnigen Unendlichkeiten” auf)
- Beschreibt die fundamentalen Fermionen als quantenmechanische Felder
- Kräfte im SM: starke, elektromagnetische und schwache Kraft
- Alle Kräfte/WW eingeführt aufgrund von Symmetrieüberlegungen
(Prinzip der lokalen Eichinvarianz); “Eichbosonen” vermitteln WW

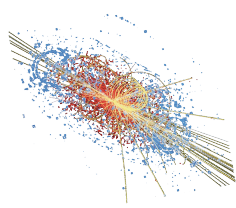
Noether-Theorem: Symmetrien \leftrightarrow Erhaltungsgröße

Prinzip lokaler Eichinvarianz:

Lagrangedichte \mathcal{L} hängt nicht von einer lokalen Phasentransformationen ab, dh. \mathcal{L} ist invariant unter der Symmetrieoperation “Eichtransformation”

Bsp: Lagrangedichte eines freien Spin 1/2-Teilchens nur eichinvariant, wenn ein neues masseloses Photonfeld (“Eichboson”) eingeführt wird; Erhaltungsgröße: el. Ladung

Aus gegebener Lagrangedichte lassen sich Feynmanregeln ableiten, welche dann zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten verwendet werden können



Noether-Theorem (1918): Symmetrien \leftrightarrow Erhaltungsgröße

Transformation

Erhaltungsgröße

Kontinuierliche Transformationen:

Raum-Translation

Impuls

Zeit-Translation

Energie

Rotation

Drehimpuls

Eichtransformation

Ladung (QED: el. Ladung, QCD: Farbladung)

Diskrete Transformationen:

Spiegelung am Ursprung

Parität – P

Teilchen \leftrightarrow Antiteilchen

Ladungspartität – C

Zeitspiegelung

Zeitparität – T

Leptonenzahl, Baryonenzahl, ...



Emmy Noether

3.2 Relativistische QFT - Dirac-Gleichung: Ansatz



Dirac: Suche nach Äquivalent zur SDG $i \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H \Psi$, das der Relativitätstheorie gehorcht

Ansatz: $(i \frac{\partial}{\partial t} + i \vec{\alpha} \vec{\nabla} - \beta m) \Psi = 0$

$E^2 = p^2 + m^2$ erfüllt + für beliebige Wellenfkt., wenn

a) Ψ ein 4-komponentiger Spaltenvektor (Spinor) u. α_i, β 4×4 Matrizen sind

b) $\alpha_i^2 = \beta^2 = \mathbb{1}_4$

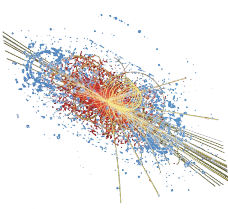
c) α_i, β antikommutieren: $\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 0$ für $i \neq j$ und $\alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0$

\Rightarrow Diracdarstellung für α_i, β :

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}; \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}_2 \end{pmatrix}$$

mit Paulimatrizen:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$



$$(i \frac{\partial}{\partial t} + i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} - \beta m) \Psi = 0 \quad | \cdot \gamma^0 \Rightarrow \underbrace{(i (\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + \gamma^0 \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}))}_{\not{\partial}} - \underbrace{\gamma^0 \beta m}_{11_4} \cdot \Psi = 0$$

Gradient: $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla})$; $\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla})$

γ -Matrizen: $\gamma^0 := \beta = \begin{pmatrix} 11_2 & 0 \\ 0 & -11_2 \end{pmatrix}$; $\gamma^i := \beta \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$ (für $i=1,2,3$)

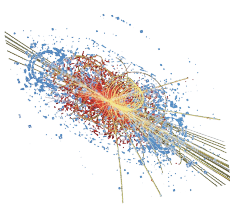
$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2 g^{\mu\nu} 11_4 \quad \text{mit } g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

Dolch-Symbol: $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu = \gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + \gamma^i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}$ allg.: $\not{\alpha} = \gamma^\mu \alpha_\mu$

$$\Rightarrow (i \not{\partial} - m) \Psi = 0 \quad \Leftrightarrow \boxed{(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \cdot \Psi = 0}$$

Dirac-Gleichung

freies Spin 1/2-Teilchen



Positive Energien:

$$\Psi_{1,2} = u_{1,2}(p) \cdot e^{-i \underbrace{E \cdot t - \vec{p} \cdot \vec{x}}_{\vec{p} \cdot \vec{x}}}$$

Teilchen mit Ladung q , Impuls \vec{p} , Spin \vec{S}
 u_1 : Spin up ; u_2 : Spin down

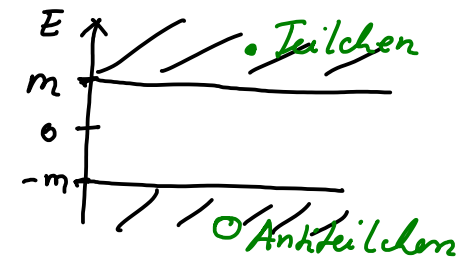
Negative Energien:

$$\Psi_{3,4} = v_{1,2}(p) \cdot e^{+i \vec{p} \cdot \vec{x}}$$

Teilchen mit Ladung q , Impuls $-\vec{p}$ und Spin $-\vec{S}$
 v_1 : Spin \vec{S} up ; v_2 : Spin $-\vec{S}$ down

Dirac: Erklärung der neg. Energien durch "Dirac"-See

"Loch" im Dirac-See $\hat{=}$ Antiteilchen mit Ladung $-q$ aber \vec{p} , $+\vec{S}$



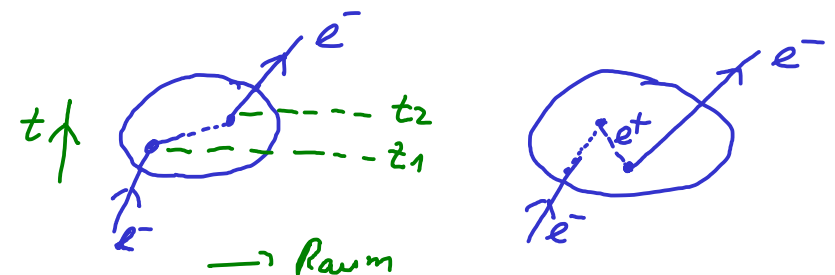
Feynman u. Stückelberg:

Teilchen mit neg. Energie u. Bewegung rückwärts t

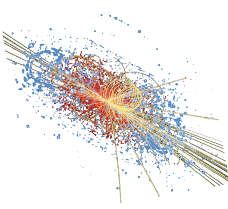
\Leftrightarrow

Antiteilchen mit pos. Energie u. Bewegung vorwärts in der Zeit

$$e^+ \uparrow E > 0 \hat{=} \downarrow e^- E < 0$$



Kovariante Bilinearform und Raumspiegelung



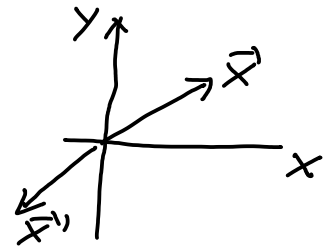
Adjungierter Spinor: $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0 = \Psi^{T*} \gamma^0 = (\Psi_1^*, \Psi_2^*, -\Psi_3^*, -\Psi_4^*)$

Lorentzskalar: $\bar{\Psi}(x) \Psi(x)$

Viererstromdichte: $j^\mu = (j^0, \vec{j}) = \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi$ (Vektorstrom)

Kontinuitätsgl.: $\partial_\mu j^\mu = 0$

Raumspiegelung: $x^\mu = (t, x, y, z) \xrightarrow{\hat{P}} x'^\mu = (t, -x, -y, -z)$
 $\Psi'(x) = \gamma^0 \Psi$; $\bar{\Psi}' = \bar{\Psi} \gamma^0$



- Skalar: $S = \bar{\Psi} \Psi \rightarrow S' = \hat{P}(S) = S$

- Vektor: $V^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \rightarrow V'^\mu = \bar{\Psi} \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \Psi$, dh. $V'^0 = V^0$, $\vec{V}' = -\vec{V}$

- Pseudoskalar: $P = \bar{\Psi} \gamma^5 \Psi \rightarrow P' = \hat{P}(P) = -P$ mit $\gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$
 $= \begin{pmatrix} 0 & 11_2 \\ 11_2 & 0 \end{pmatrix}$

- Axialvektor: $A^\mu = \bar{\Psi} \gamma^5 \gamma^\mu \Psi$

$\rightarrow A'^\mu = -\bar{\Psi} \gamma^5 \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \Psi$; dh. $A'^0 = -A^0$, $\vec{A}' = \vec{A}$