

# Quantenchromodynamik

Gliederung:

2.4 : Die QCD als Eichfeldtheorie (29.11.07)

2.5 : **Experimentelle Bestätigung (05.12.07)**

2.6 : Tiefinelastische Streuung, Strukturfunktionen (06.12.07)

Stichworte aus Teil 1:

Spin-Statistik-Problem, drei Farben, Farbwellenfunktion immer antisymmetrisch

Dirac-Lagrangedichte, lokale Eichinvarianz, Eichfelder, kovariante Ableitung

Gell-Mann-Matrizen, Strukturkonstanten

Feynman-Diagramme, Feynman-Regeln, Gluon-Selbstkopplung

Renormierung, laufende Kopplungskonstante, asymptotische Freiheit

# 2.5 Experimentelle Bestätigung der QCD

## 2.5.1 Experimentelle Bestätigung der Farbladung

- a) Baryonresonanzen
- b)  $e^+e^- \rightarrow$  Hadronen
- c)  $\tau \rightarrow$  Hadronen
- d) Zerfallsrate des  $\pi^0$

## 2.5.2 Existenz des Gluons

## 2.5.3 Laufende Kopplungskonstante

## 2.5.4 Die OZI-Regel

## 2.5.5 Quark-Antiquark-Bindungszustände

# Experimenteller Nachweis der Farbladung

## (1) Baryonresonanzen

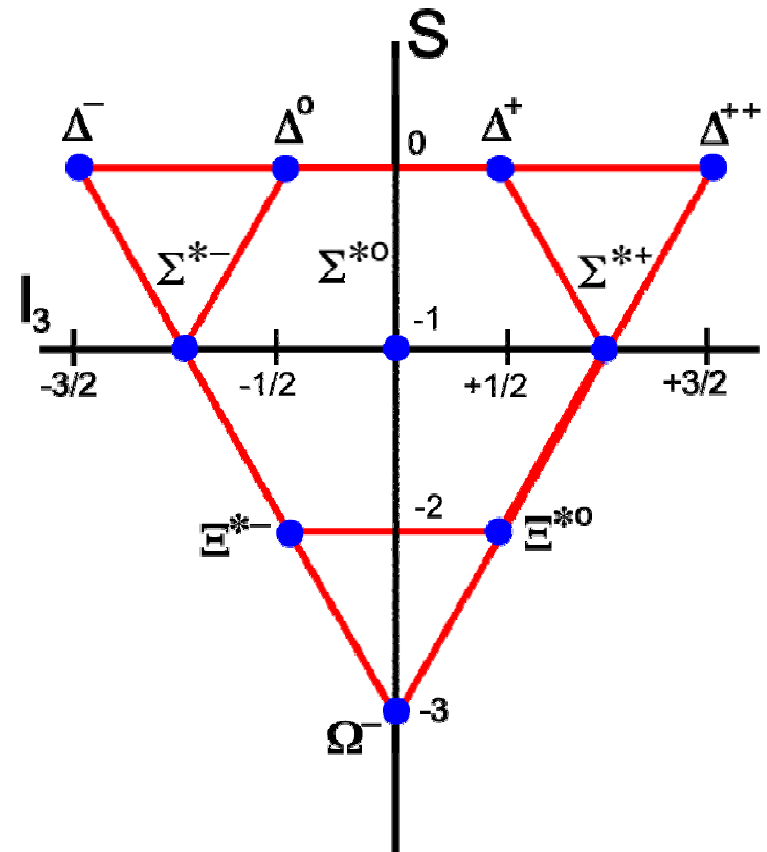
Existenz der Zustände

$$|\Delta^{++}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle, |\Delta^-\rangle = |d^\uparrow d^\uparrow d^\uparrow\rangle$$

$$\text{und } |\Omega^-\rangle = |s^\uparrow s^\uparrow s^\uparrow\rangle$$

nur mit Hilfe der Farbladung mit den Regeln der Spin-Statistik in Einklang zu bringen.

Ursprüngliche Motivation zur Einführung der Farbladung.



## (2) $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen

Messung des R-Verhältnisses in  $e^+e^-$  Annihilation

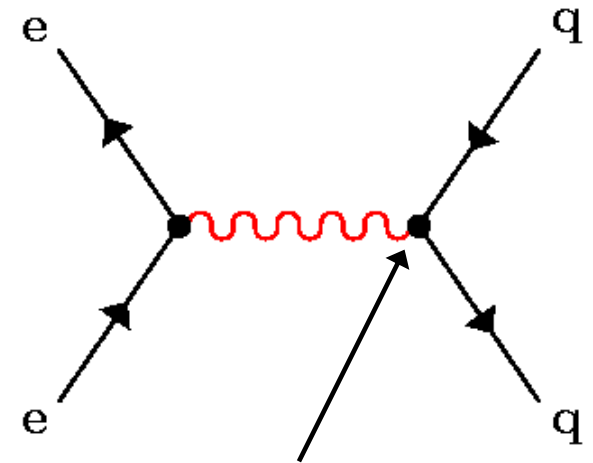
$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

$$R(E) = N_{\text{Farbe}} \cdot \sum_{i=u,d,s,c,b,t} Q_i^2$$

mit  $E > 2m_i$

Summe geht über aktive  
Quark-Flavor

Experimenteller Befund:  $N_{\text{Farbe}} = 3$



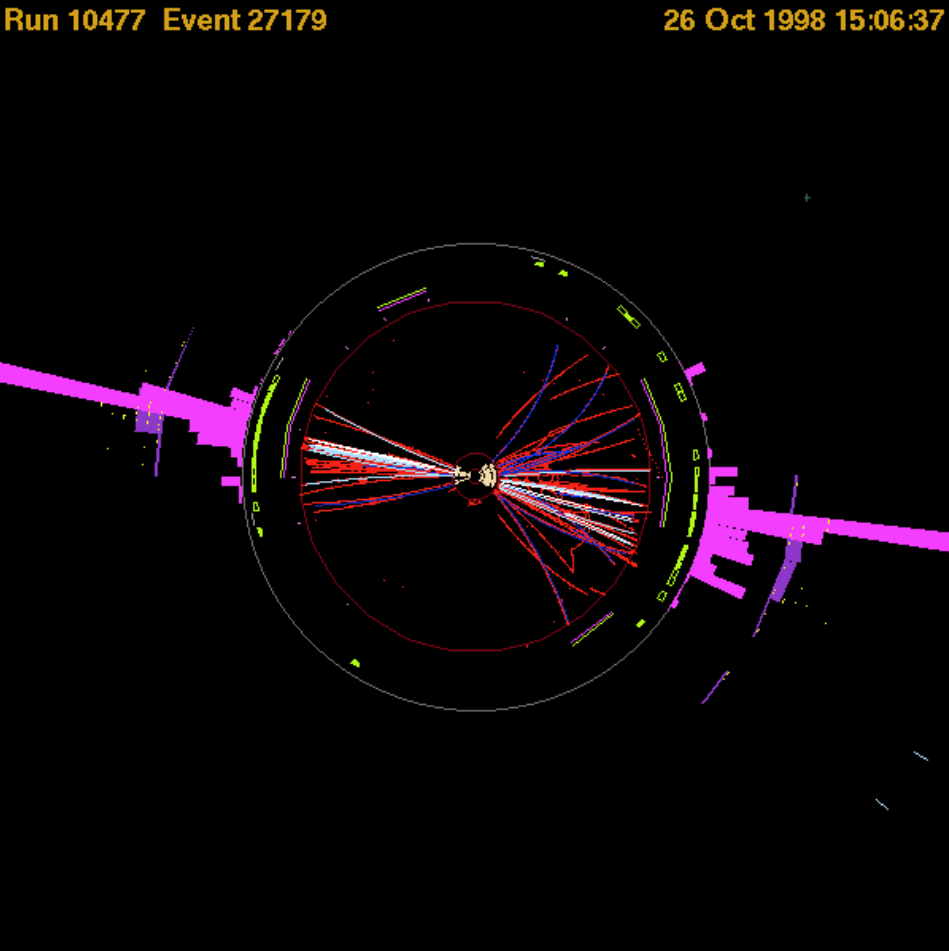
Photon koppelt an elektrische  
Ladung der Quarks

Quarks bilden Jets von  
Teilchen im Detektor.

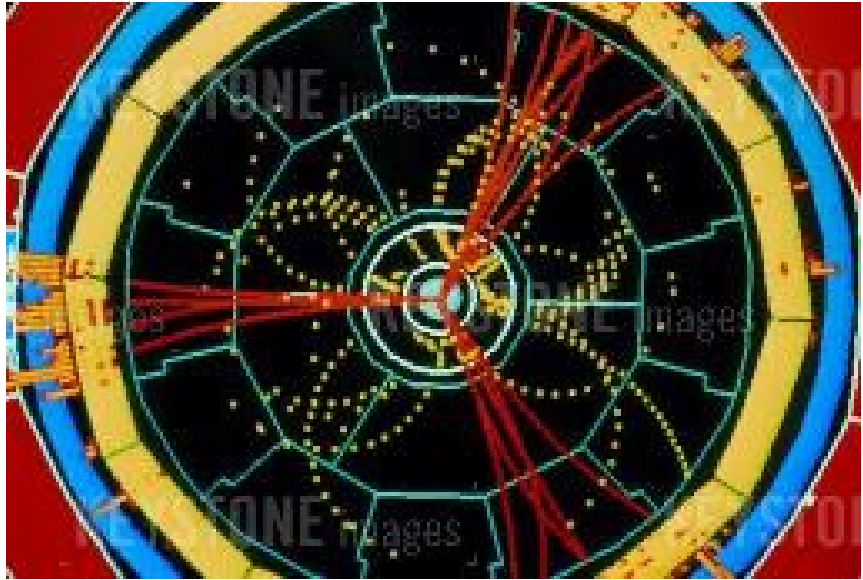
Jets werden inklusiv in  
einem Kalorimeter  
gemessen.

# Jet-Ereignisse

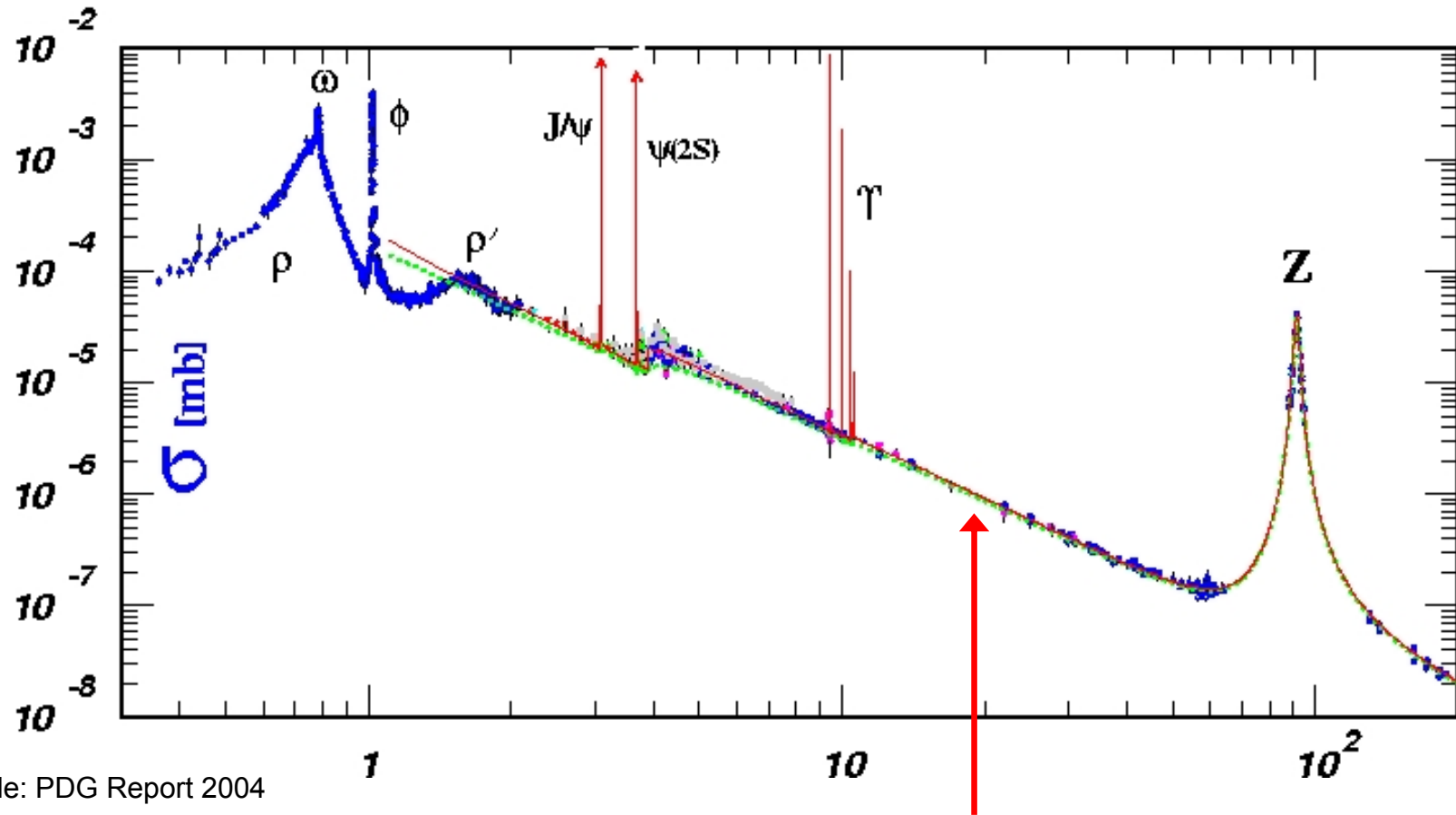
OPAL Zwei-Jet-Ereignis (LEP)



ALEPH Drei-Jet-Ereignis



# $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})$

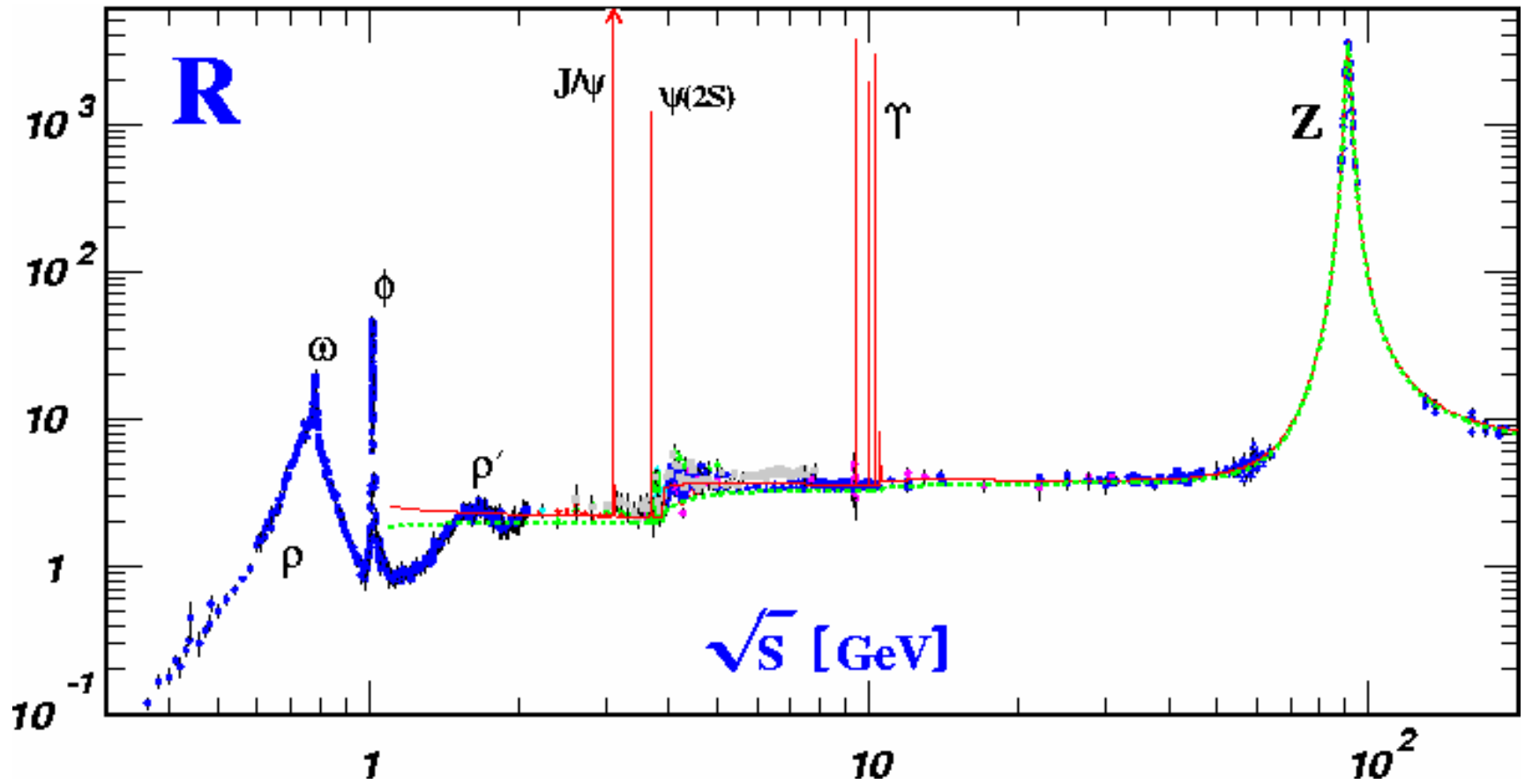


Quelle: PDG Report 2004

charakteristischer Abfall mit  $1/s$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} (\hbar c)^2$$

# R-Verhältnis



Aktive Flavor	u,d,s	u,d,s,c	u,d,s,c,b	u,d,s,c,b,t
R Vorhersage	2	3.33	3.66	5

# R-Verhältnis: Schlussfolgerungen und Einschränkungen

Daten zeigen gute Übereinstimmung mit einfachem Modell in nicht-resonanten Bereichen.

Farbfaktor  $N_{\text{Farbe}} = 3$  wird bestätigt

Resonanzeffekte: Quark-Antiquark-Resonanzen

$$\Phi = s\bar{s}, \Psi = c\bar{c}, \Upsilon = b\bar{b}$$

Resonanzproduktion dieser Zustände bei  $E_{\text{CMS}} = M_{\text{R}}$

Typischerweise unterhalb der Schwelle für offene Quark-Antiquark-Produktion.

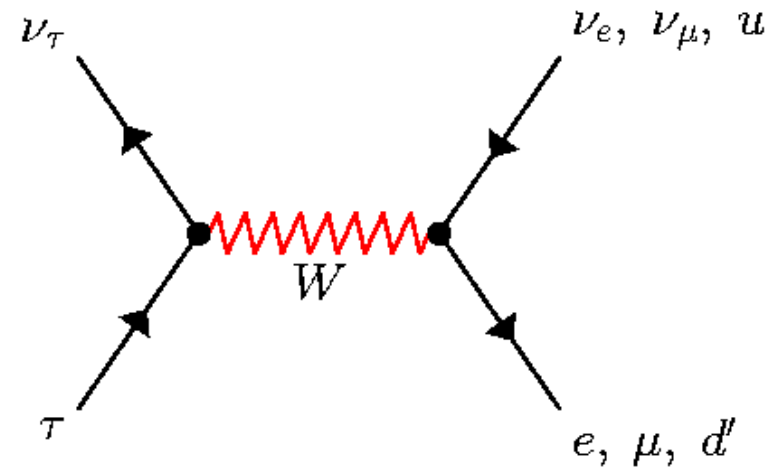
Bei höheren Energien  $E_{\text{CMS}} > \approx 50$  GeV wird der Prozess  $e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow \text{Hadronen}$  immer wichtiger.

Über der  $Z^0$ -Schwelle werden reelle  $Z^0$  Bosonen erzeugt.

### (3) $\tau \rightarrow$ Hadronen

W Boson koppelt mit gleicher Stärke an Fermionmultipletts

$$\begin{aligned}\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + X) \\ &= 2 \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \ell^- \bar{\nu}_\ell) \\ &\quad + N_{\text{Farbe}} \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + d' \bar{u})\end{aligned}$$



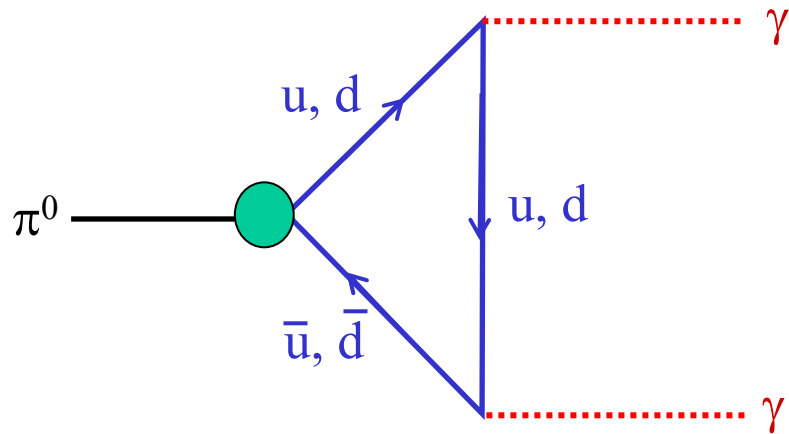
Erwartung aus diesem einfachen Modell:

$$B_e = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau X)} = \frac{1}{2 + N_{\text{Farbe}}} = 0.2$$

Gemessener Wert:  $B_e = 0.1784 \pm 0.0006$

Unterschied durch Korrekturen höherer Ordnung bedingt.

## (4) Zerfallsrate des $\pi^0$



### Dreiecks-Diagramm

Jede Farbe trägt zur Zerfallsamplitude bei.

Drei Farben verändern die Zerfallsrate um einen Faktor 9.

$$\mathcal{M} = \frac{e^2}{4\pi^2} (Q_u^2 - Q_d^2) \cdot N_{\text{Farbe}}$$

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{\text{total}}} = (8.4 \pm 0.6) 10^{-17} \text{ s}$$

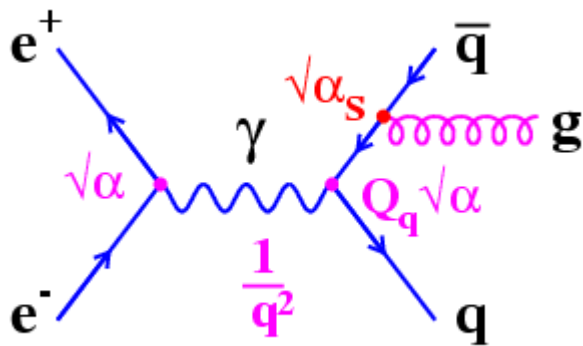
$$\frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{\text{total}}} = (98.798 \pm 0.032)\%$$

# 2.5.2 Existenz des Gluons

Entdeckung von Gluon-Jets am PETRA Ring (DESY) 1979

Abstrahlung harter Gluonen von Quarks im Endzustand erzeugt Ereignisse mit 3 Jets.

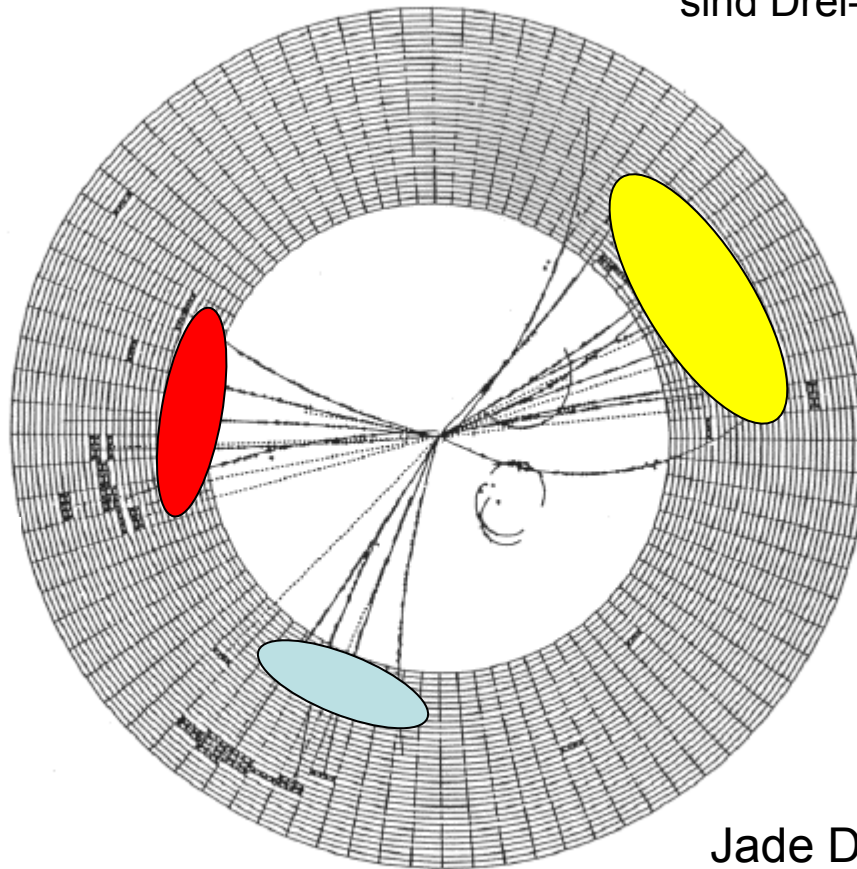
⇒ Mercedes-Stern Signatur



Circa 10% aller Ereignisse sind Drei-Jet-Ereignisse



Messung der Drei-zu-Zwei-Jet-Rate ermöglicht die Bestimmung von  $\alpha_s$



Jade Detektor

\*\*\* SUHS (GEV) \*\*\* PTOT 35.768 PTRANS 29.954 PLONG 15.708 CHARGE -2  
 TOTAL CLUSTER ENERGY 15.169 PHOTON ENERGY 4.893 NR OF PHOTONS 11

# Spin des Gluons

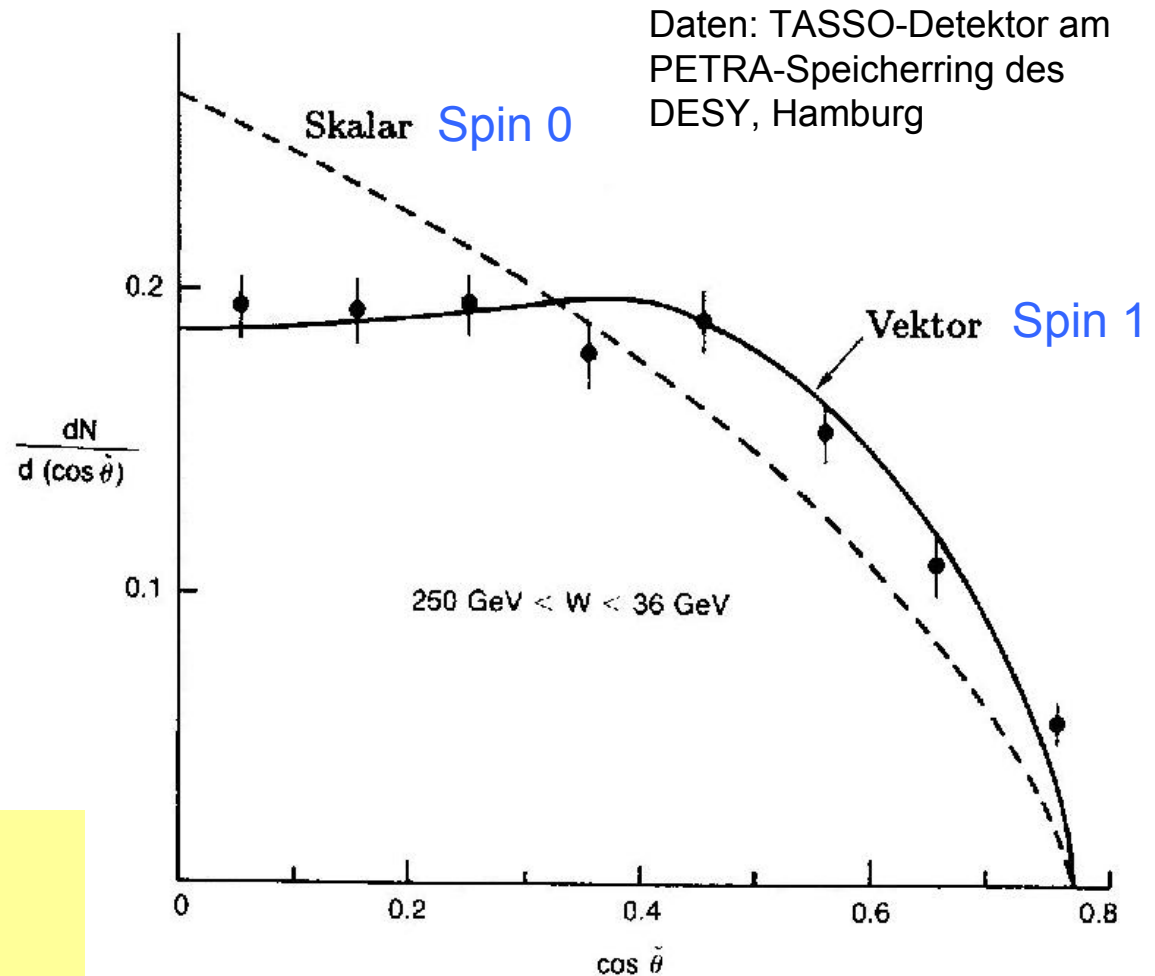
## Winkelanalyse von Drei-Jet-Ereignissen

Messung der Ereignisrate als Funktion von  $\cos \theta$ , wobei  $\theta$  der Winkel zwischen der Jet-Achse des höchstenergetischen Jets und der Richtung der beiden anderen Jets in deren Schwerpunktssystem ist.

Schlussfolgerung:

Gluon hat Spin 1

Jet 3, der mit der niedrigsten Energie, ist höchstwahrscheinlich der aus dem Gluon.



Quelle: D. Perkins, Kap. 8.11

## 2.5.3 Laufende Kopplungskonstante $\alpha_s$

Korrekturen höherer Ordnung:  $\alpha_s \rightarrow \alpha_s(Q^2)$

$\alpha_s$  ist abhängig von der Energieskala

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12 \pi}{(33 - 2 N_{\text{Flavor}}) \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$

$N_{\text{flavor}}$  = Anzahl der Quarkflavor mit  $2m_q < |Q|$

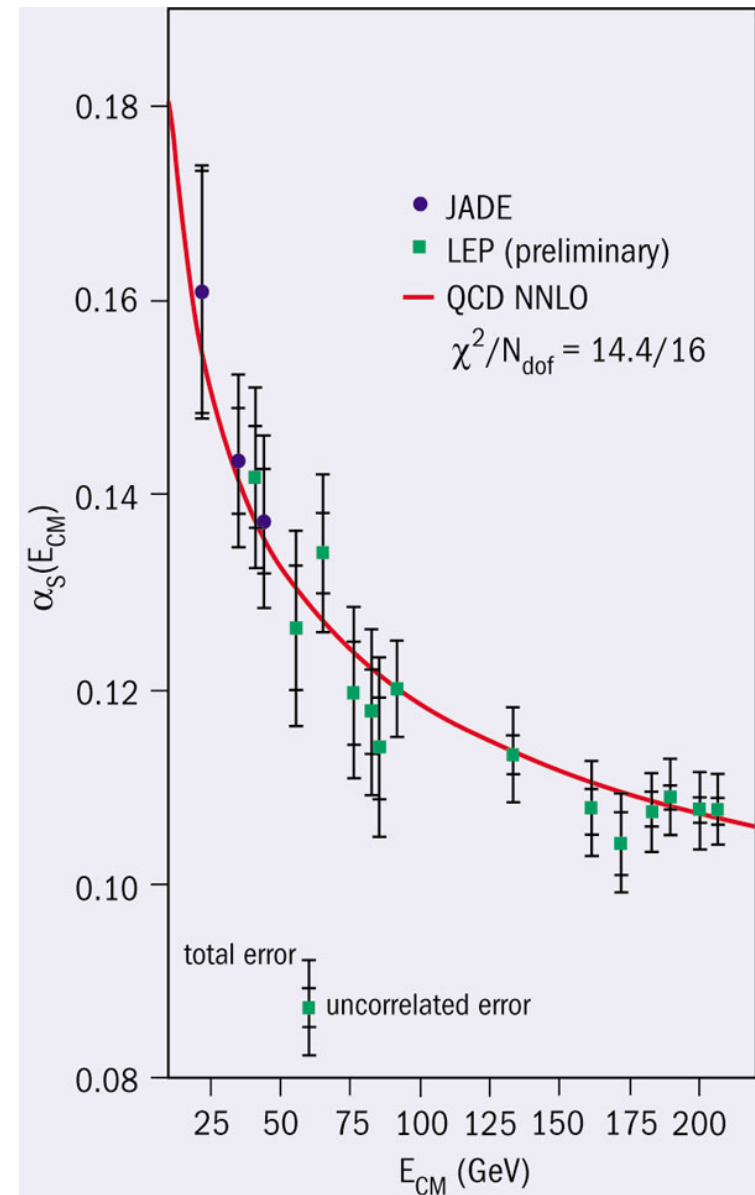
$\Lambda$  = Abschneideparameter unterhalb dessen die Störungsreihe zusammenbricht

$$q^2 \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \alpha_s \rightarrow 0$$

Asymptotische Freiheit  
perturbativer Bereich

$$q^2 \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_s \rightarrow \infty$$

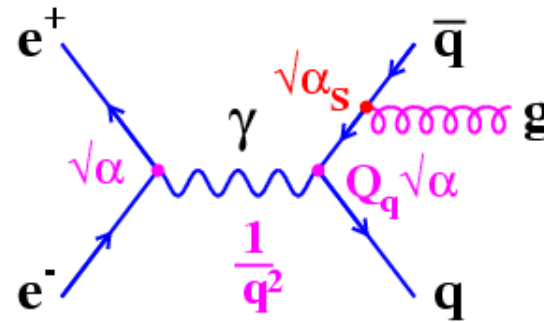
Confinement  
Störungstheorie bricht zusammen



# Messung von $\alpha_s$

## (1) Jetraten

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow 3 \text{ Jets})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow 2 \text{ Jets})} \propto \alpha_s$$



## (2) Ereignistopologie

Messung mit Hilfe von Variablen, welche die Ereignistopologie beschreiben, z.B. Thrust  $T$ :

$$T \equiv \max_{\vec{n}} \sum_i \frac{|\vec{p}_i \vec{n}|}{|\vec{p}_i|}$$

QCD Vorhersage für  $T$  liefert  $\alpha_s$

## (3) Inklusive Messung des hadronischen Wirkungsquerschnitts

Berechnung von  $\alpha_s$  mit Hilfe von QCD Korrekturen zum R-Verhältnis

$$R = R_{\text{elektroschwach}} \cdot (1 + \delta_{\text{QCD}})$$

$$\delta_{\text{QCD}} = a \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right) + b \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 + c \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3$$

# Zerfallsraten des $\Phi$ -Mesons

- Das  $\Phi$ -Meson zerfällt über die starke Wechselwirkung.
- Zerfallsmoden in **Kaonen sind bevorzugt** gegenüber dem Zerfall in **drei Pionen**, obwohl dies kinematisch günstiger wäre.  
( $\Rightarrow$  größerer Phasenraum)

$$\text{BR}(\phi \rightarrow K^+ K^-) = 49.1 \pm 0.6\%$$

$$\text{BR}(\phi \rightarrow K_L K_S) = 34.1 \pm 0.5\%$$

$$\text{BR}(\phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 15.6 \pm 1.2\%$$

$$\Phi = ss$$

$$M = 1020 \text{ MeV}/c^2$$

$$I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$$

Der verfügbare Phasenraum hängt mit der Massendifferenz zwischen Mutter- und Tochterteilchen zusammen.

$$\Delta m(\phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = (1020 - 415) = 605 \text{ MeV}/c^2$$

$$\Delta m(\phi \rightarrow K^+ K^-) = (1020 - 990) = 30 \text{ MeV}/c^2$$

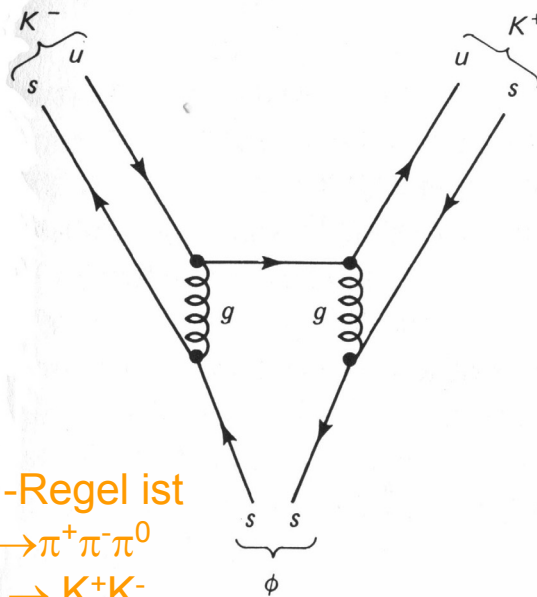
$\phi \rightarrow \pi^+ \pi^-$  ist aufgrund von "G-Paritätserhaltung" verboten.

**Warum ist der Pionzerfall trotz größeren Phasenraums unterdrückt?**

# 2.5.4 OZI-Regel

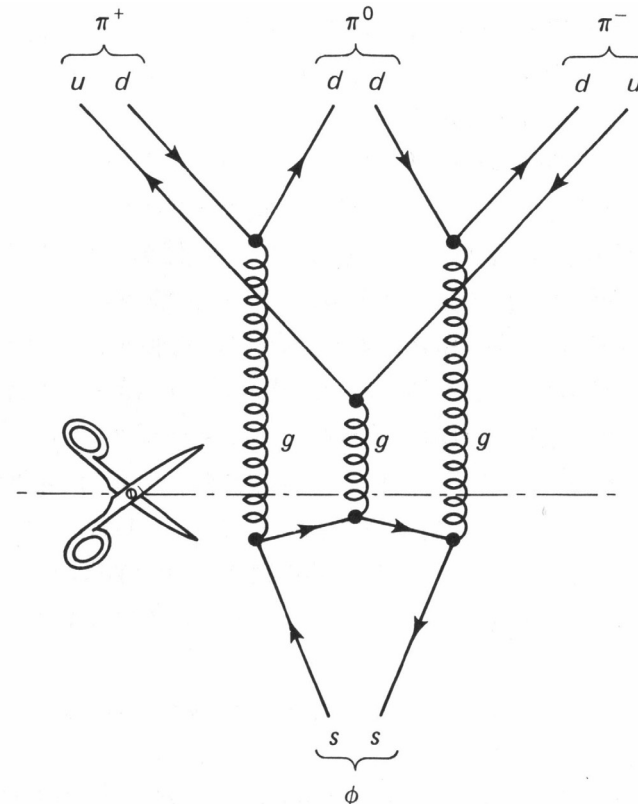
## Okubo-Zweig-Iizuka-Regel\*

Zerfälle über die starke Wechselwirkung, in denen der Endzustand nur durch Quark-Antiquark-Annihilation in Gluonen erreicht werden kann, sind unterdrückt.



\* manchmal auch nur Zweig-Regel genannt

Nach der OZI-Regel ist der Zerfall  $\Phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  gegenüber  $\Phi \rightarrow K^+ K^-$  und  $\Phi \rightarrow K_s K_L$  unterdrückt.



# Erklärung der OZI-Regel durch die QCD

- Mesonen (wie alle Hadronen) sind **Farbsinglets**.
  - ⇒ Da Gluonen Farbe tragen müssen Anfangs- und Endzustand durch **mehrere Gluonen** verbunden werden, denn auch der Zwischenzustand muss farbneutral sein.
- Der Gluonzwischenzustand muss alle Quantenzahlen der QCD erhalten, darunter auch die Ladungskonjugation  $C$ .

2-Gluon-Zustand  $C = +1$

3-Gluon-Zustand  $C = -1$

Die Vektormesonen  $\Phi$ ,  $J/\Psi$  und  $\Upsilon$  haben  $C = -1$ .

⇒ **Zerfall erfolgt über Austausch von 3 Gluonen ( $\Gamma \propto \alpha_s^3$ )**

- Die Vektormesonen  $\Phi$ ,  $J/\Psi$  und  $\Upsilon$  sind schwer, d.h.  $M > 1$  GeV. Die Gluonen müssen die gesamte Energie auf den Endzustand übertragen, es sind sogenannte **“harte” Gluonen**,  $q^2 > \Lambda^2$ .

⇒ **asymptotische Freiheit: Kopplungskonstante  $\alpha_s$  ist klein**

⇒ **Zerfallsamplitude ist unterdrückt**

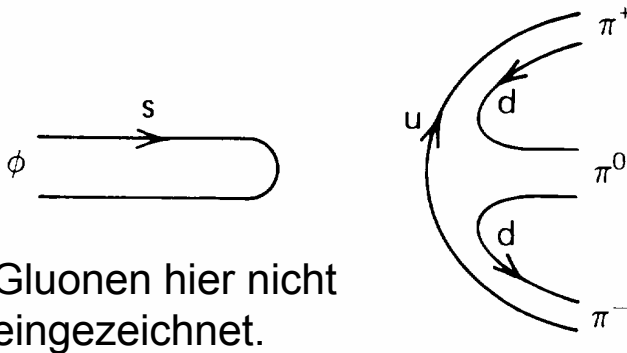
# Erklärung der $\Phi$ -Zerfallsraten

$$\Gamma(\Phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \propto \alpha_s^3$$

Es werden harte Gluonen ausgetauscht.

$\Rightarrow \alpha_s$  ist relativ klein

Die Zerfallsamplitude in drei Pionen ist durch die asymptotische Freiheit unterdrückt.



Gluonen hier nicht eingezeichnet.

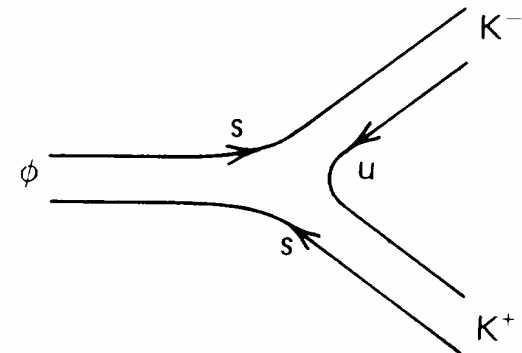
Bei den Zerfällen

$$\Phi \rightarrow K^+ K^- \quad \text{und}$$

$$\Phi \rightarrow K_S^0 K_L^0$$

werden **niederenergetische Gluonen** ausgetauscht, da die Strange-Quarks nicht annihilieren.

$\Rightarrow \alpha_s$  ist groß



# OZI-Regel und Lebensdauer von Charmonium und Bottonium

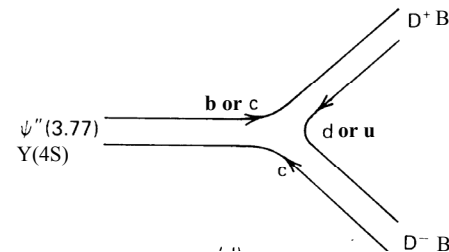
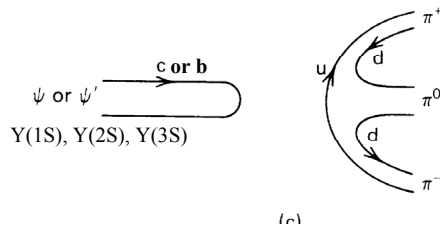
Charmonium:  $\Psi = c\bar{c}$

Bottonium:  $\Upsilon = b\bar{b}$

Die Zustände  $\Psi(1S)$ ,  $\Psi(2S)$  und  $\Upsilon(1S)$ ,  $\Upsilon(2S)$ ,  $\Upsilon(3S)$  liegen unterhalb der Energieschwelle, ab der Zerfälle in D- bzw. B-Mesonen möglich sind.

- ⇒ nur starke Zerfälle über Quark-Antiquark-Annihilation sind möglich
- ⇒ **Zerfallsraten sind OZI-unterdrückt**
- ⇒ **Lebensdauer  $\tau = 1/\Gamma$  ist Faktor 250 bis 1000 höher als ohne OZI-Unterdrückung erwartet**

Gluonen hier nicht eingezeichnet.



$\Psi(3S)$  und  $\Upsilon(4S)$  sind schwer genug, so dass OZI-erlaubte Zerfälle in DD und BB Paare möglich sind.

## OZI unterdrückte Zerfälle

$$\Gamma(\psi(1S)) = 87 \text{ keV}$$

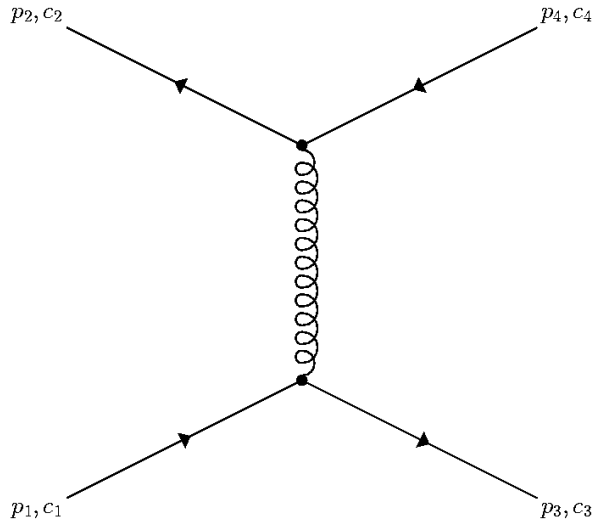
$$\Gamma(\Upsilon(3S)) = 26 \text{ keV}$$

$$\Gamma(\psi(3S)) = 24 \text{ MeV}$$

$$\Gamma(\Upsilon(4S)) = 21 \text{ MeV}$$

# 2.5.5 Quark-Antiquark-Bindungszustände

## Quark-Antiquark-Wechselwirkung



### Analogie:

Electron-Positron-Wechselwirkung

⇒ Bindungszustand: Positronium

⇒ Coulompotential

ersetze  $\alpha$  durch  $\alpha_s$

plus Farbfaktor  $f$

$$V_{q\bar{q}} = -f \frac{\alpha_s \hbar c}{r}$$

$$f = \frac{1}{4} (c_3^\dagger \lambda^\alpha c_1) (c_2^\dagger \lambda^\alpha c_4)$$

Bei größeren Abständen bewirkt die laufende Kopplungskonstante das Auftreten eines linearen Zusatzterms.

Farb-Singlett-Zustand  $f = 4/3$

⇒ Potential ist bindend

⇒ Mesonen ist Farbsingletts

### Randnotiz:

im Farboktett-Zustand  $f = -1/3$

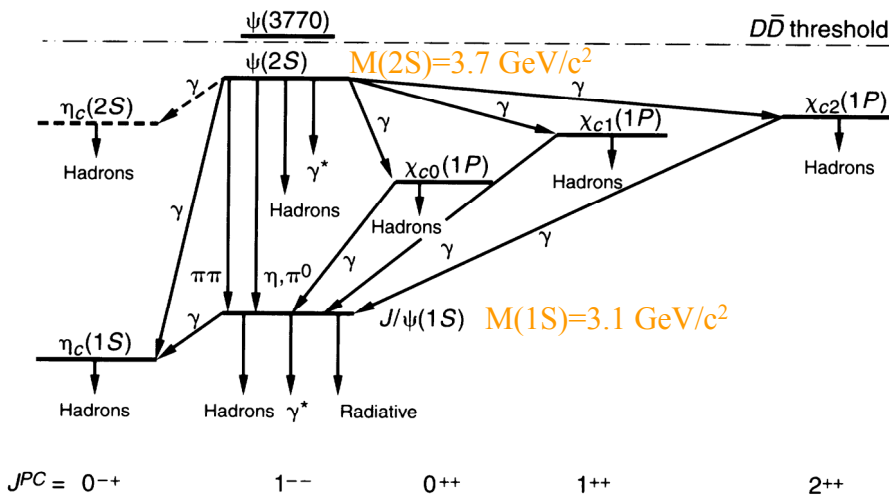
⇒ anti-bindender Zustand

# Charmonium- und Bottoniumspektren

Die Spektren der Bindungszustände schwerer Quark-Antiquarkpaare lassen sich gut durch **nicht-relativistische Potentialmodelle** beschreiben.

$$V_{q\bar{q}} = -f \frac{\alpha_s \hbar c}{r} + F_0 r$$

## Charmonium-Spektrum

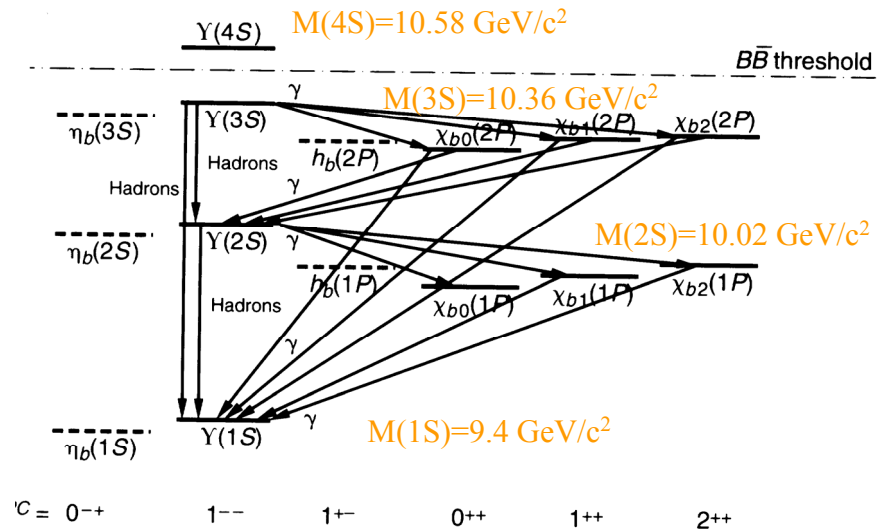


Singlett      Triplett

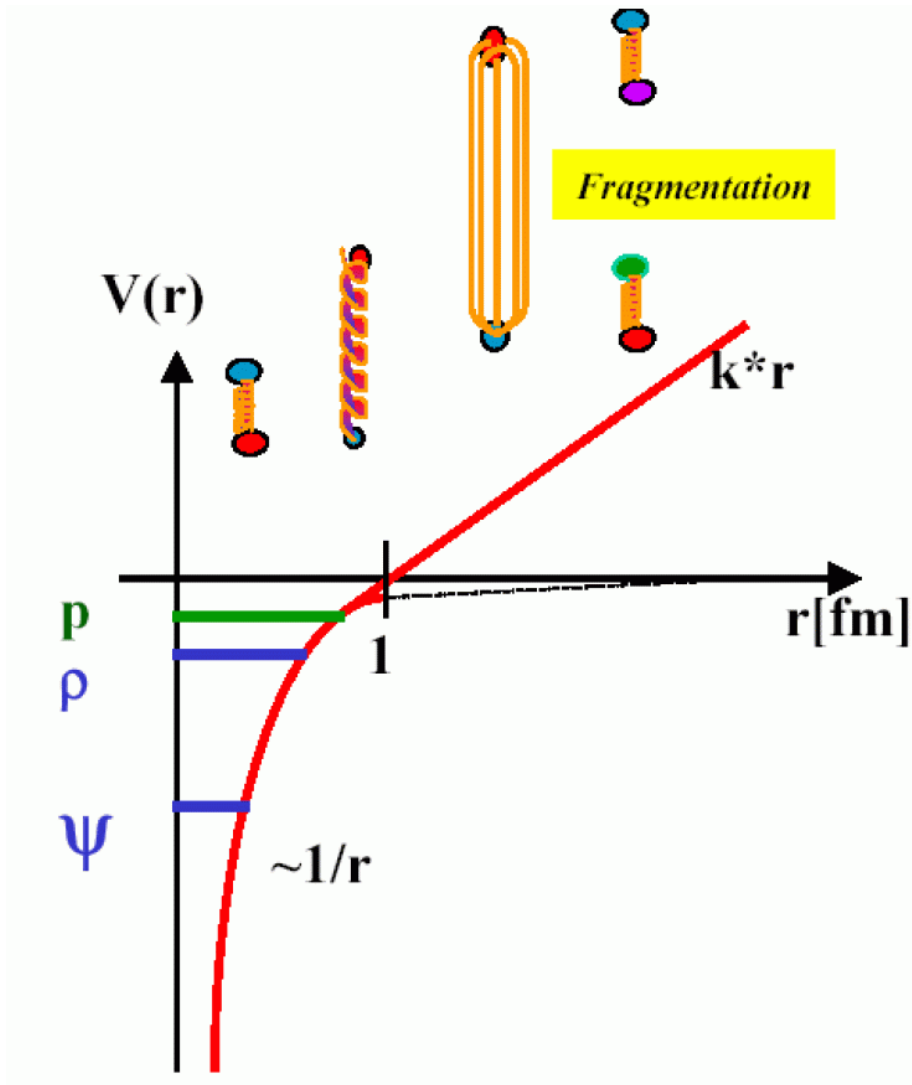
S-Zustände

P-Zustände

## Bottonium-Spektrum

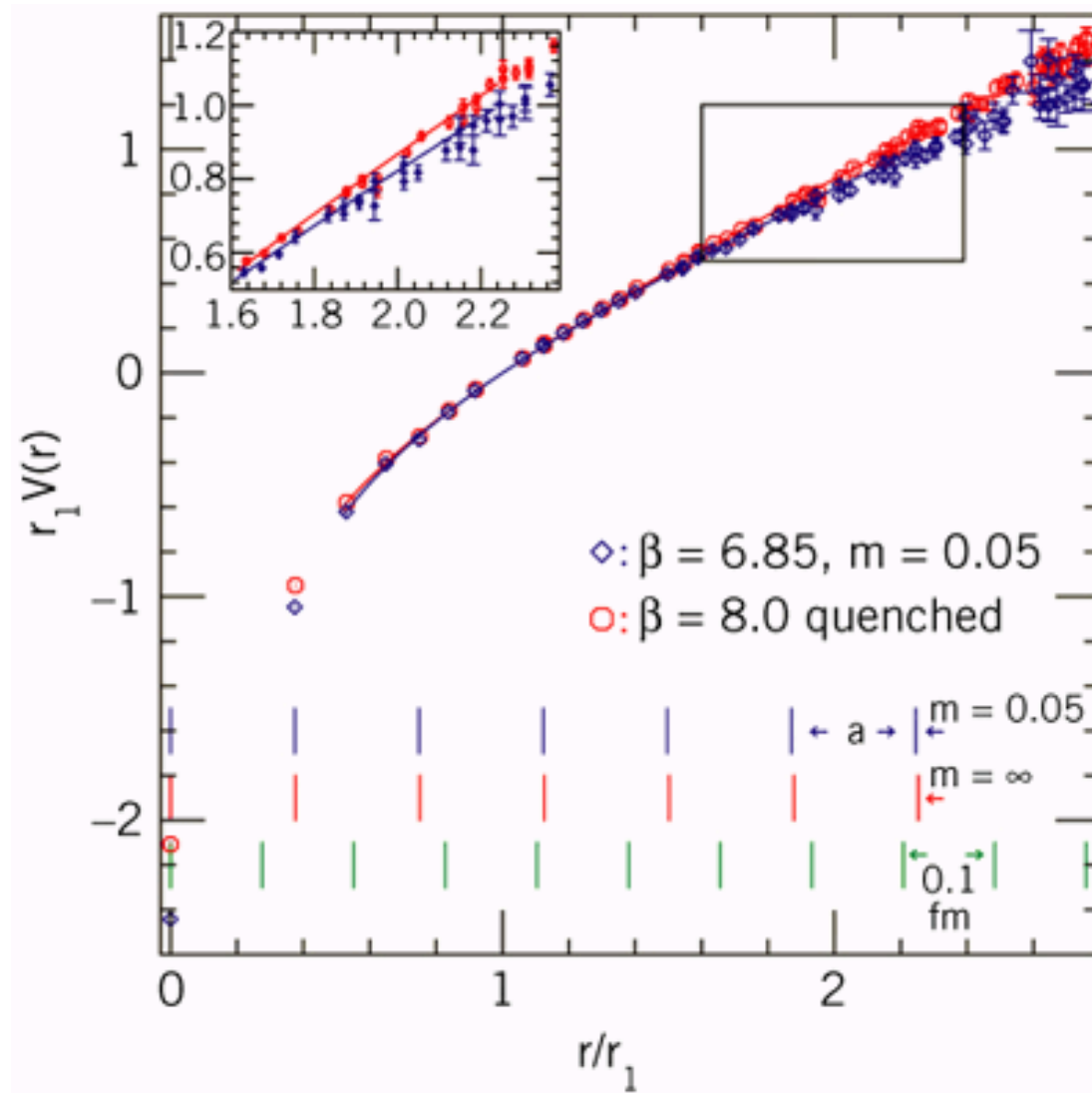


# QCD-Potential



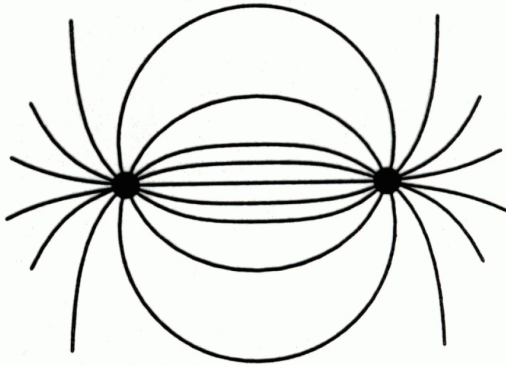
- Potential bei großen Abständen aus Fragmentationsstudien
- Gebundene Zustände im Potential sind sensitiv auf die Potentialform
- Potential bei kleinen Abständen aus Streuexperimenten

# QCD-Potential aus Gitterrechnungen



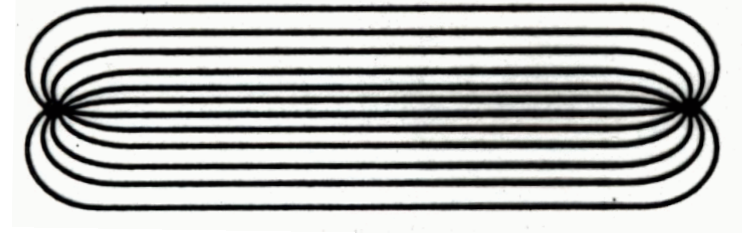
# Farbdipol / Confinement

QED



Feldlinien eines elektrischen Dipols reichen ins Unendliche

QCD

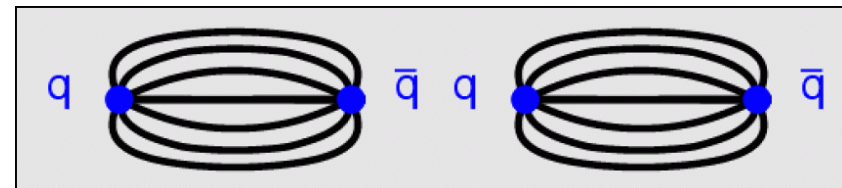


Feldlinien eines Farbdipols bilden einen engen Flussschlauch  
Grund: Selbstkopplung der Gluonen

Die Feldenergie des Farbdipols wächst proportional zur Länge:

$$V(x) = k \cdot x \quad \text{mit} \quad k \approx 1 \text{ GeV / fm}$$

Bei Abständen von  $x > 1 \text{ fm}$  ist es energetisch günstiger neue Quark-Antiquark-Paare zu bilden, als das Farbfeld weiter in die Länge zu ziehen.



# Confinement / Fragmentation / Jets

Quarks, d.h. einzelne Farbladungen, lassen sich nicht isolieren.

Beobachtbare Systeme sind **Farbsingulett**s.

In einer Partonreaktion der starken Wechselwirkung entstehen zunächst harte farbgeladene Quarks und Gluonen, die auseinander streben.

Sobald das Farbfeld genug Energie hat, bilden sich neue Quark-Antiquark-Paare.

Es kommt zur einer **Kaskade von Quark-Antiquark-Bildungsprozessen**.

Die entstehenden Quarks formieren sich zu farbneutralen Hadronen.

⇒ **Fragmentationsprozess**

Die Hadronen behalten im Wesentlichen die Richtung der primären Quarks bei.

Der Endzustand sind **kollimierte Bündel von Hadronen (Hadron-Jets)**, denn der Lorentz-Boost der Mutterteilchen wird an die Tochterteilchen weitergegeben.

# Harter Prozess / Fragmentation

harter Prozess: hoher Impulsübertrag (hohes  $Q^2$ )

→ auf Grund der asymptotischen Freiheit in Störungstheorie berechenbar

Quarks und Gluonen können während des harten Prozesses als freie Teilchen betrachtet werden.

Anschließend an den harten Prozess bestehen (noch) Farbfelder zwischen den beteiligten farbgeladenen Elementarteilchen (Quarks u. Gluonen).

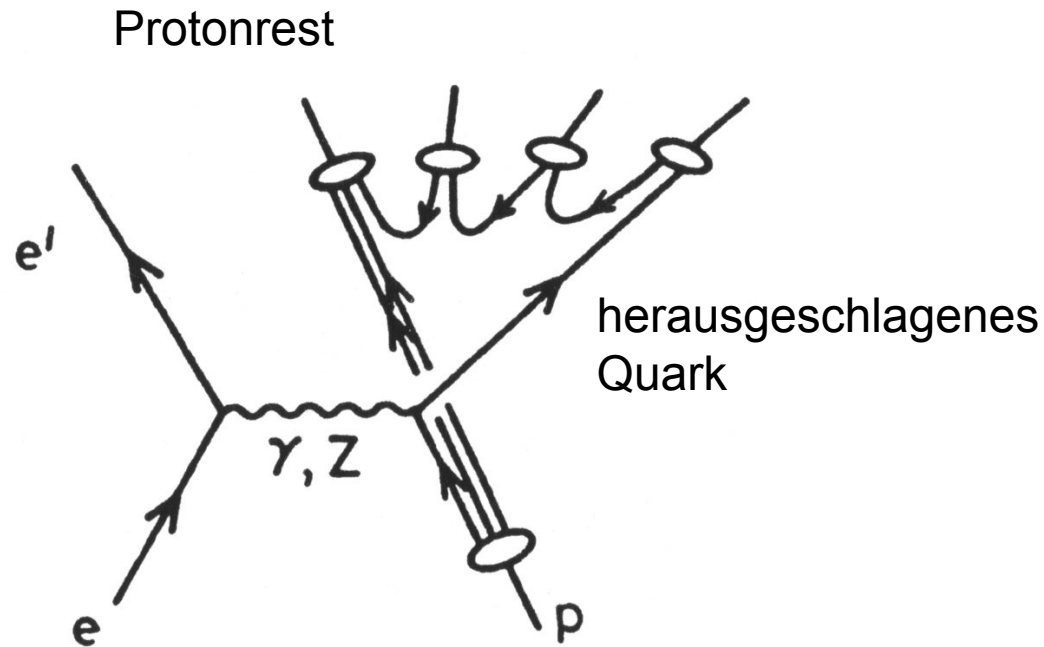
Auf Grund der hohen Energiedichte des Farbfeldes entstehen typischerweise zusätzliche Quark-Antiquark-Paare.

Schließlich sorgt die Farbkraft dafür, dass die Quarks und Antiquarks in farbneutralen Hadronen gebunden werden.

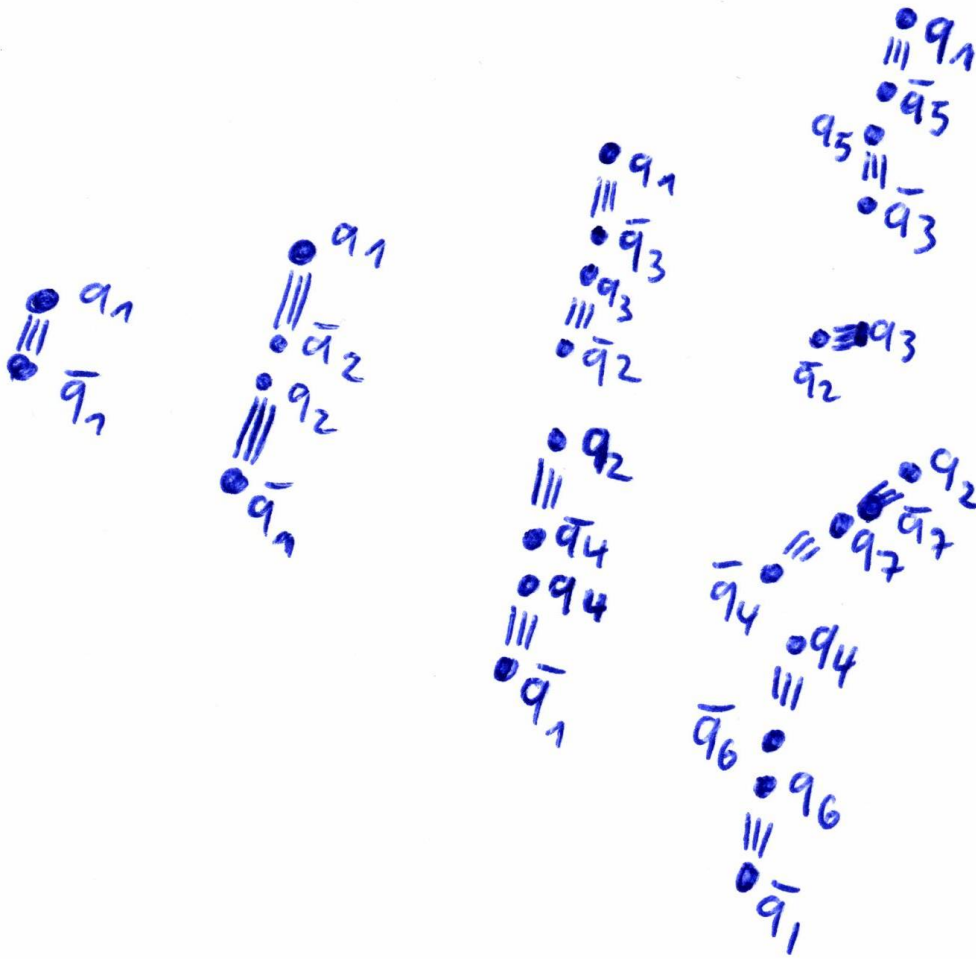
Dieser Prozess heißt Fragmentation oder Hadronisierung.

Fragmentation ist ein weicher, nicht-perturbativer Prozess. Nicht störungstheoretisch behandelbar.

# Fragmentation in ep-Streuung



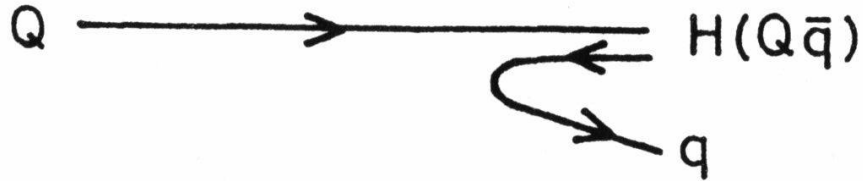
# Fragmentation / Jet-Formation in $e^+e^-$



Die Eigenschaften der Quark-Jets sind im Wesentlichen durch die Eigenschaften des Quarks selbst gegeben (Impuls, Quantenzahlen).

In erster Näherung fragmentieren die farbgeladenen Teilchen der harten Wechselwirkung unabhängig von einander.

# Fragmentation schwerer Quarks



schwere Quarks = Charm,  
Bottom

(Top-Quark: keine Hadronen)

Wahrscheinlichkeit für Bildung eines Mesons ist am größten, wenn Quark und Antiquark gleiche Geschwindigkeit haben.

Schwere Quarks müssen nur einen kleinen Teil ihrer Energie verlieren, bis leichte Antiquarks gleicher Geschwindigkeit entstehen.

⇒ das schwere Meson trägt einen großen Anteil der ursprünglichen Quarkenergie.

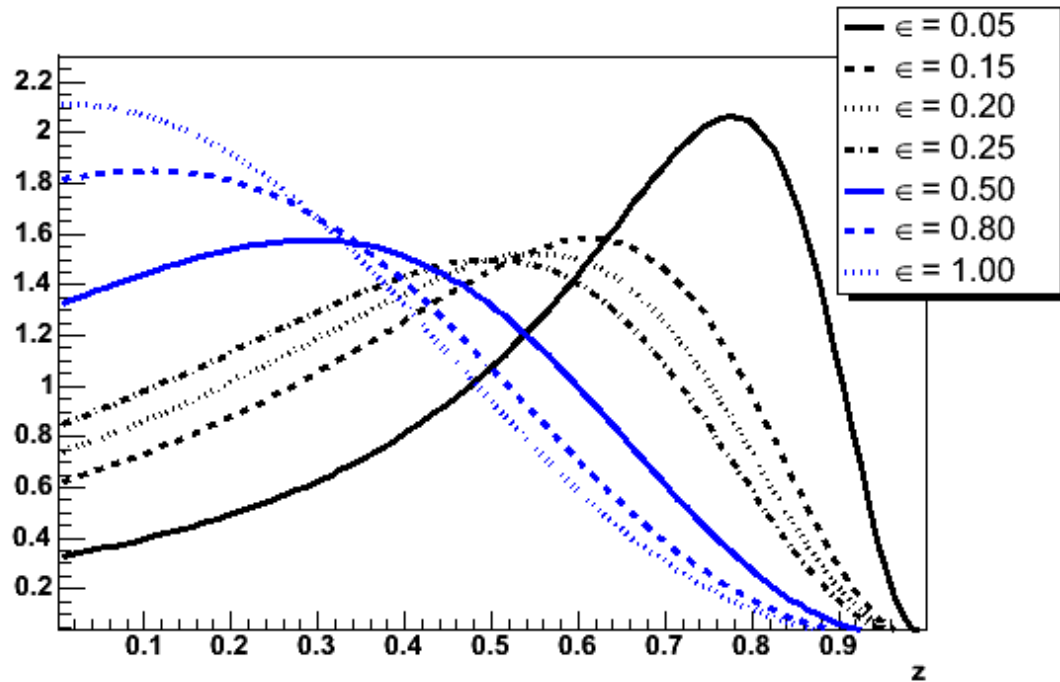
$$z = E_H/E_Q \sim 1$$

**harte Fragmentation**

# Quantitativ: Fragmentationsfunktion

Petersen-  
Fragmentationsmodell

$\epsilon$  = Petersen-Parameter



Fragmentation schwerer Quarks (c,b) ist hart, d.h. die c- bzw. B-Hadronen tragen den größten Teil der Quarkenergie weg.

## Stichworte

- Nachweis der Farbladung: Baryonresonanzen, R-Verhältnis von  $e^+e^- \rightarrow$  Hadronen, Verzweigungsverhältnisse des  $\tau$ -Leptons, Zerfallsrate des  $\pi^0$
- Nachweis des Gluons, Spin des Gluons
- Laufende Kopplungskonstante, asymptotische Freiheit, OZI-Regel, Charmonium-Lebensdauer
- QCD-Potential, Confinement, Fragmentation, Hadron-Jets