

2.1.3 Wechselwirkung von Photonen in Materie

- **Photo-Effekt** (dominant b. kleinen Energien)
- **Compton-Effekt**
- **Paarerzeugung** (dominant b. großen Energien)

Literatur:

- W.R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments. 2. Ausgabe: Kap. 2.7
- K. Kleinknecht, Detektoren für Teilchenstrahlung. 3. Auflage: Kap. 1.2.2

Abschwächung eines Photonenstrahls in Materie

Absorption bzw. Streuung ist statistischer Prozess, bei dem Photon vernichtet wird => Keine definierte Reichweite, sondern exponentielle Abschwächung eines Photonstrahls in Materie:

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x)$$

- I_0 = Intensität des einfallenden Photonenstrahls
- x = Dicke der Materieschicht
- μ = Totaler Absorptionskoeffizient

mit

$$\mu = N \cdot \sigma = \sigma \cdot (N_A \rho / M_A)$$

ist Kehrwert der mittleren freien Weglänge eines Photons

- N = Atomzahldichte
- σ = Totaler Wirkungsquerschnitt pro Atom (summiert über alle Prozesse)
- N_A = Avogadrozahl
- M_A = Molmasse

Photoeffekt: $\gamma + \text{Atom} \rightarrow \text{Ion} + e^-$

Wirkungsquerschnitt (Born-Approximation):

$$\sigma_{photo} = \left(\frac{32}{\epsilon^7}\right)^{1/2} \alpha^4 Z^5 \sigma_{Th}^e \text{ [cm}^2\text{/atom]} \quad \text{mit } \epsilon = E_\gamma/m_e c^2$$

und dem Thomson-WQ $\sigma_{Th}^e = \frac{8}{3} \pi r_e^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$

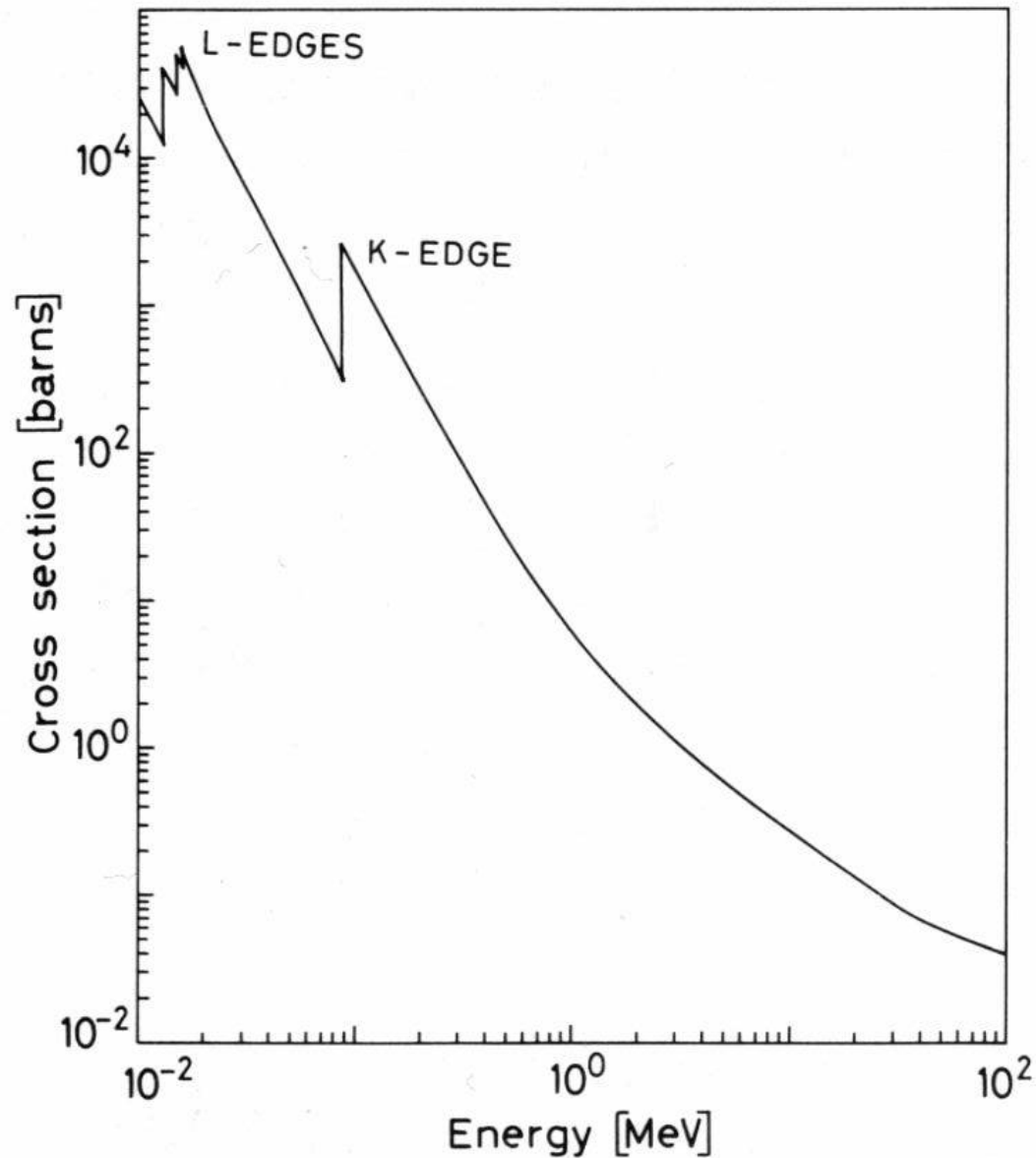
bei hohen Energien:

$$\sigma_{photo} = 4\pi r_e^2 \alpha^4 Z^5 \frac{1}{\epsilon}$$

(siehe Heitler, Quantum Theory of Radiationb 1956)

- ca. 80% der WW mit Elektronen der inneren Schalen (weg. Nähe des Kerns, der für Impulserhaltung sorgt)
- zusätzliche (Auger-)Elektronen bzw. Photonen entstehen evtl. durch Auffüllen von inneren Schalen
- Energieabhängigkeit des WQ in der Nähe von Absorptionskanten modifiziert.

Wirkungsquerschnitt des Photoeffekts



berechnet für Blei
Quelle:Leo

Compton-Streuung: $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$

Streuung an quasi-freiem atomarem Elektron

aus Viererimpuls-Erhaltung:

$$E_\gamma = E'_\gamma (1 + \epsilon (1 - \cos \theta_\gamma))$$

Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt:

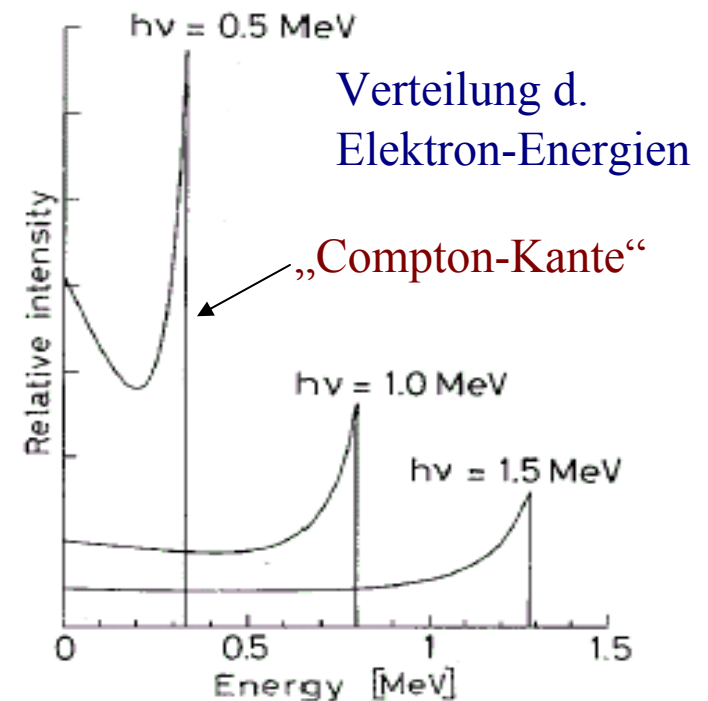
$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left[\left(\frac{1 + \epsilon}{\epsilon^2} \right) \left(\frac{2(1 + \epsilon)}{1 + 2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) \right) + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) - \frac{1 + 3\epsilon}{(1 + 2\epsilon)^2} \right] Z [\text{cm}^2/\text{Elektron}]$$

prop. $Z^* \ln \epsilon / \epsilon$ für hohe Energien

im Grenzfall kleiner Photonenergien:

Thomson-Streuung

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} r_e^2$$



Paarerzeugung im Kernfeld: $\gamma + N \rightarrow N + e^+ e^-$

Schwellenenergie: $E_\gamma > 2 m_e c^2$ oder $\epsilon > 2$

WQ bei kleinen Energien, d.h. $1 \ll \epsilon < \frac{1}{\alpha Z^{1/3}}$

$$\sigma_{pp} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left(\frac{7}{9} \ln 2\epsilon - \frac{109}{54} \right) \quad [\text{cm}^2/\text{Atom}]$$

WQ bei großen Energien:

$$\sigma_{pp} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left(\frac{7}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{54} \right) \quad [\text{cm}^2/\text{Atom}]$$

$$\simeq \frac{7}{9} \frac{A}{N_A} \frac{1}{X_0} \quad \text{mit der Strahlungslänge } X_0$$

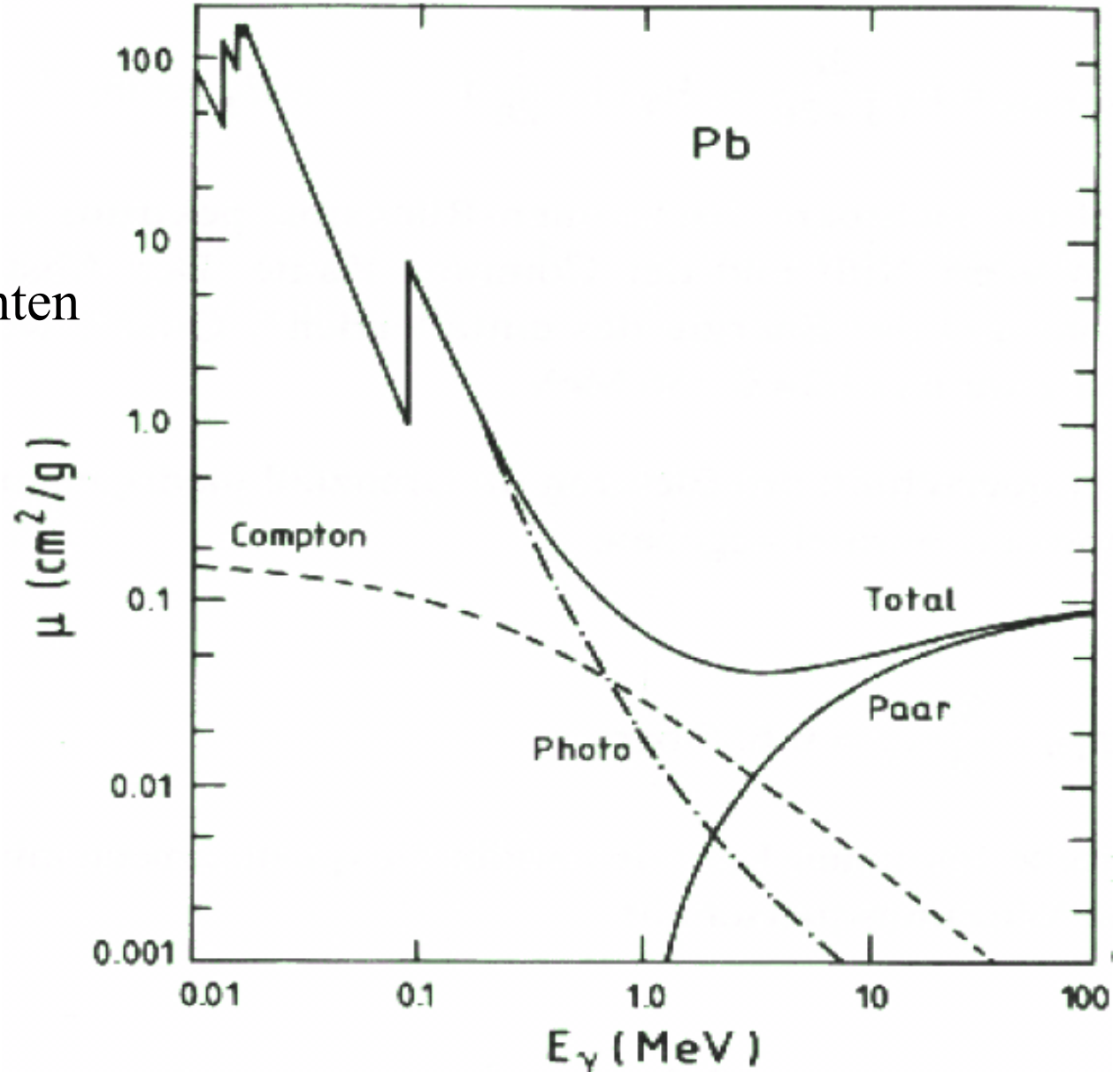
WQ strebt gegen diesen Energie-unabhängigen Grenzwert

Überblick: Wechselwirkung von Photonen

Beiträge zum
Massenabsorptionskoeffizienten
für Photonen in Blei

(Anm.: μ prop. σ)

für hochenergetische
Photonen praktisch nur
Paarerzeugung wichtig



Photon-WQ für Blei - Meßdaten

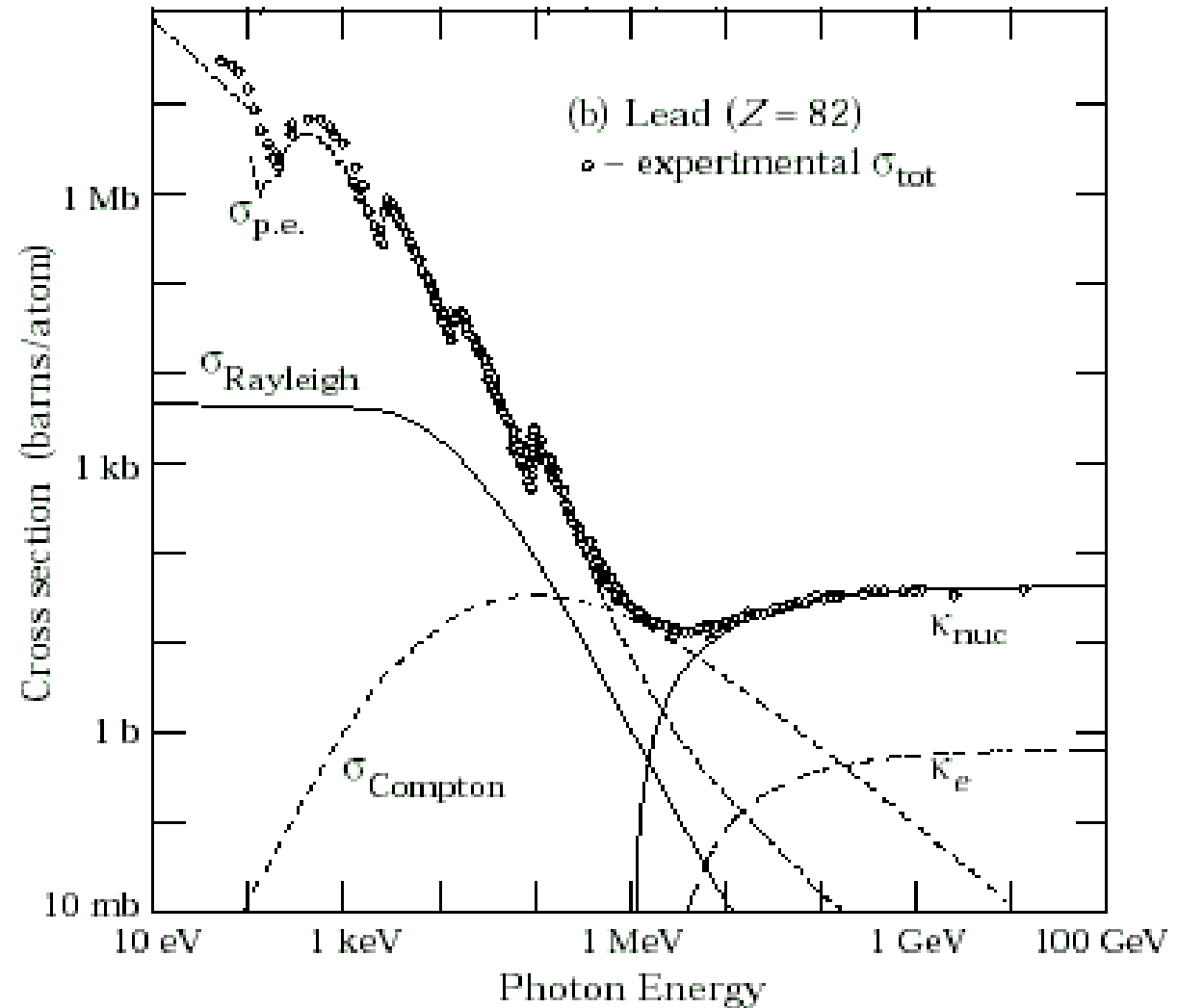
σ_{pe} : Photoeffekt

σ_{Rayleigh} : Rayleigh-Streuung,
kein Atom-Anregung,
kohärente Streuung der Photonen am
Atom als Ganzes

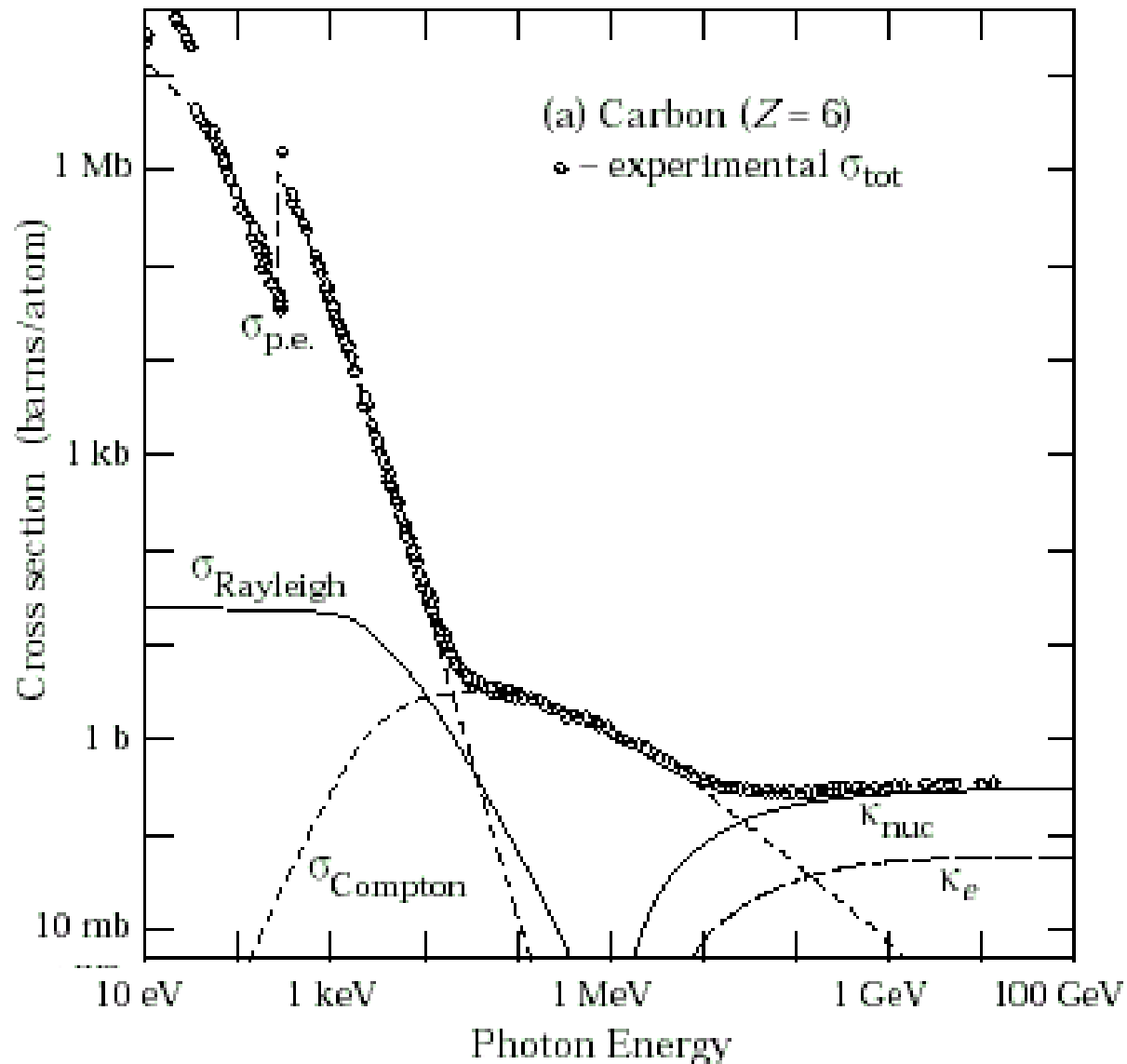
σ_{Compton} : Compton

κ_{nuc} : Paarerzeugung am
Kern

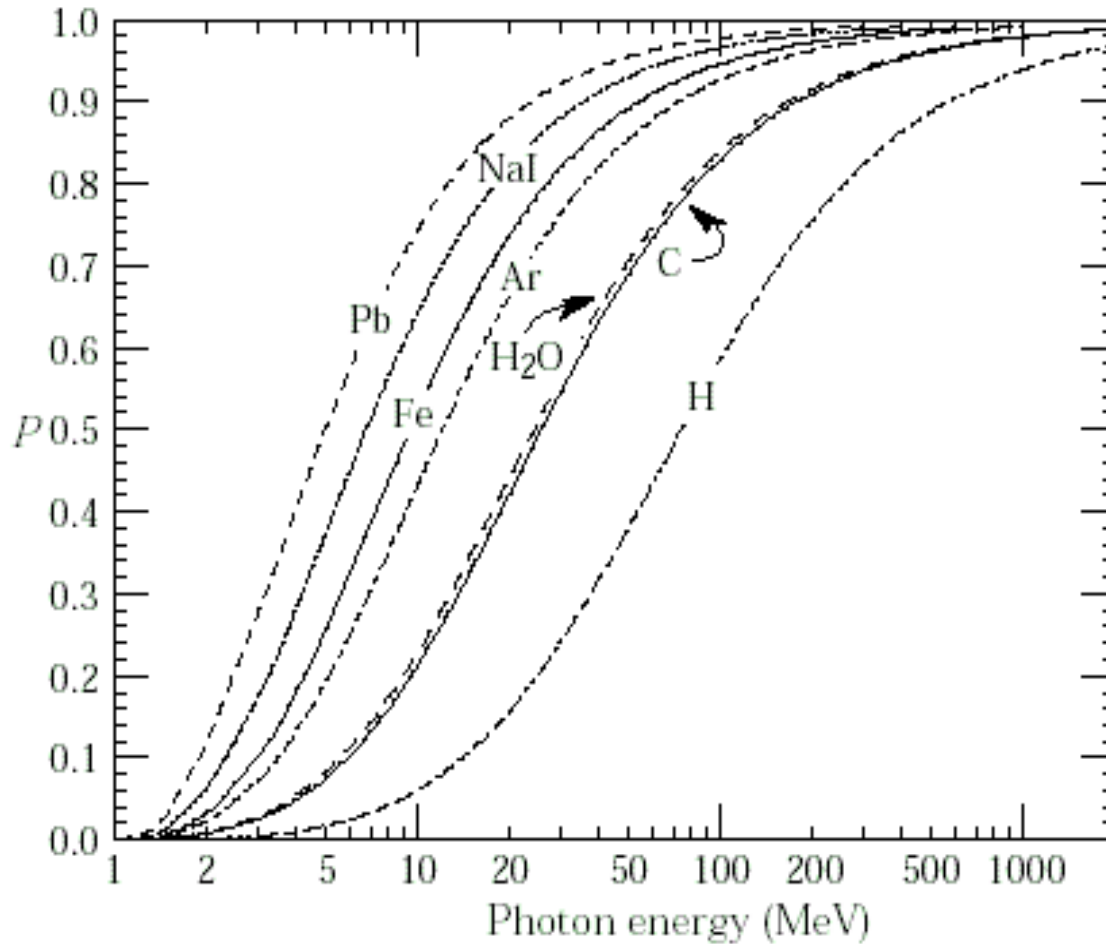
κ_e : Paarerzeugung an
Elektronen



Photon-WQ für Kohlenstoff mit Meßdaten



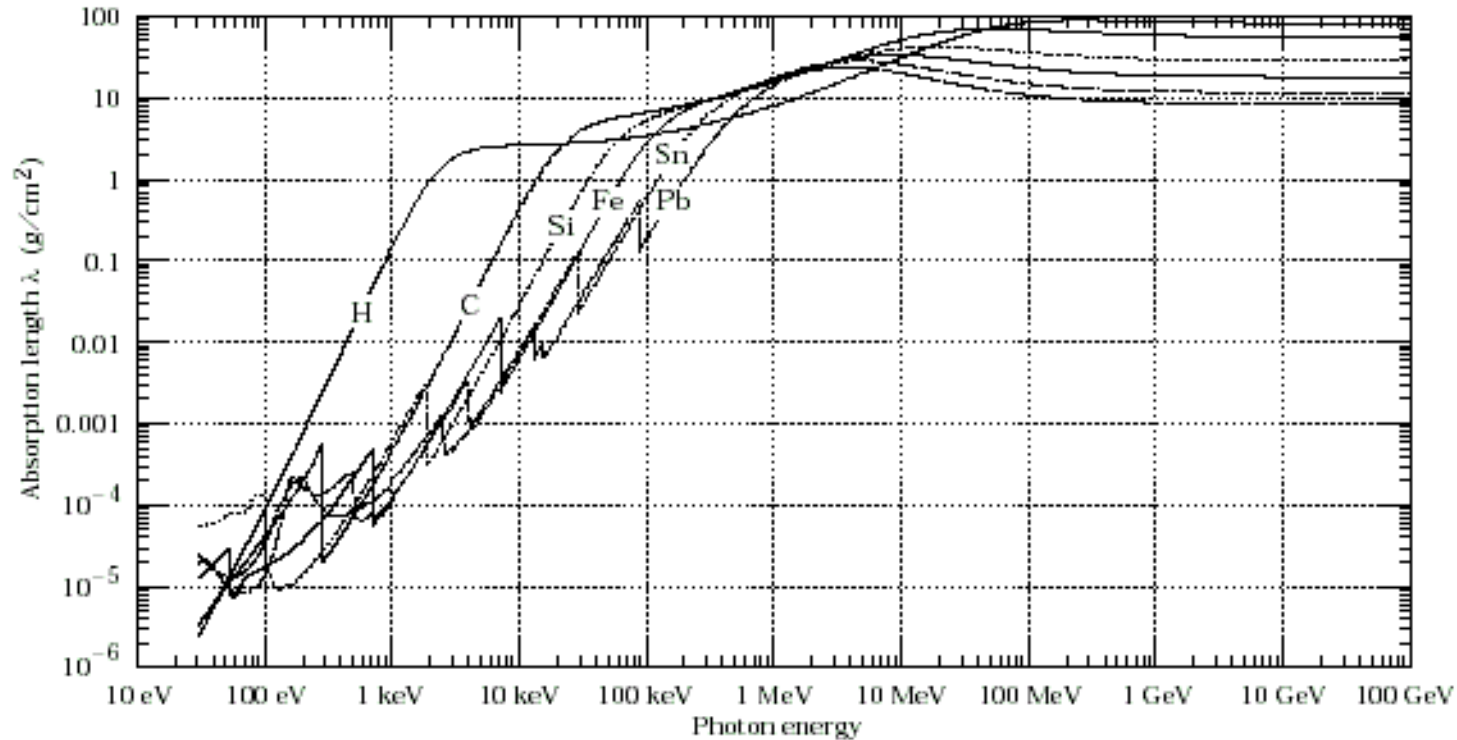
Wahrscheinlichkeit für Paarerzeugung



insbesondere in Blei
dominiert Paarerzeugung
bei Photon-Energien >10 MeV

Wahrscheinlichkeit P für Paarerzeugung
in Photon-Wechselwirkungen als Funktion der Energie.

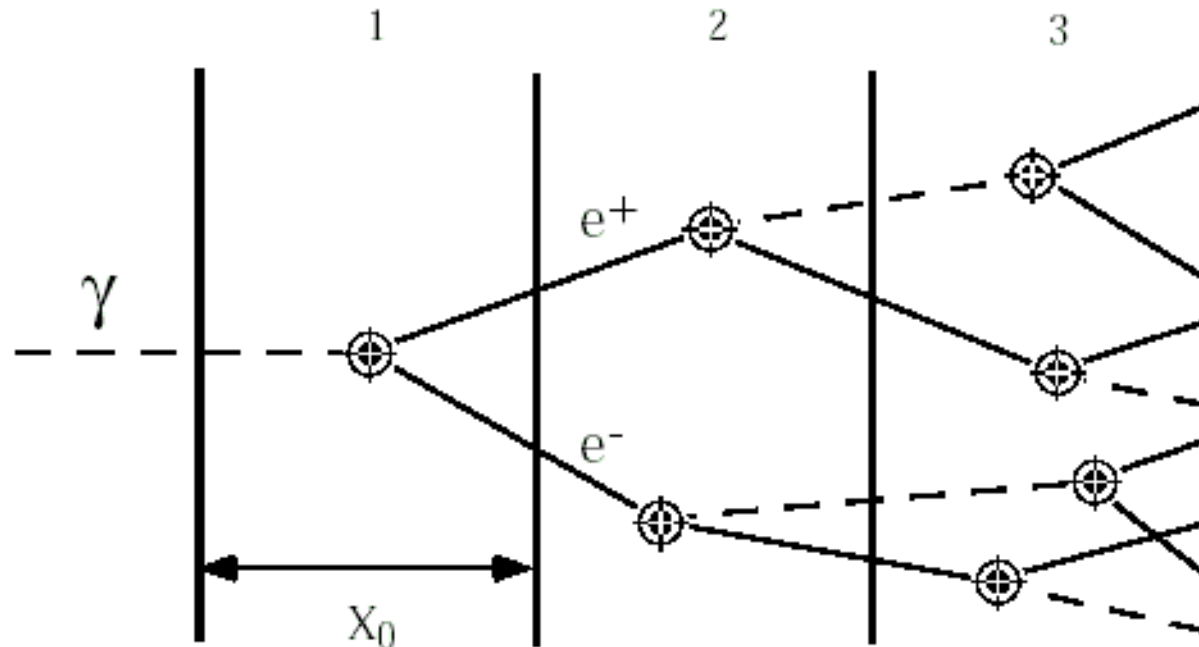
Absorptionslängen für Photonen in verschiedenen Stoffen



$\lambda=1/(\mu/\rho)$ für verschiedene Stoffe in Abhängigkeit von der Photon-Energie

Photon-Kaskaden

hochenergetische Photonen in Materie erzeugen e^+e^- -Paare, die strahlen hochenergetische Photonen ab, die e^+e^- -Paare erzeugen, die ...

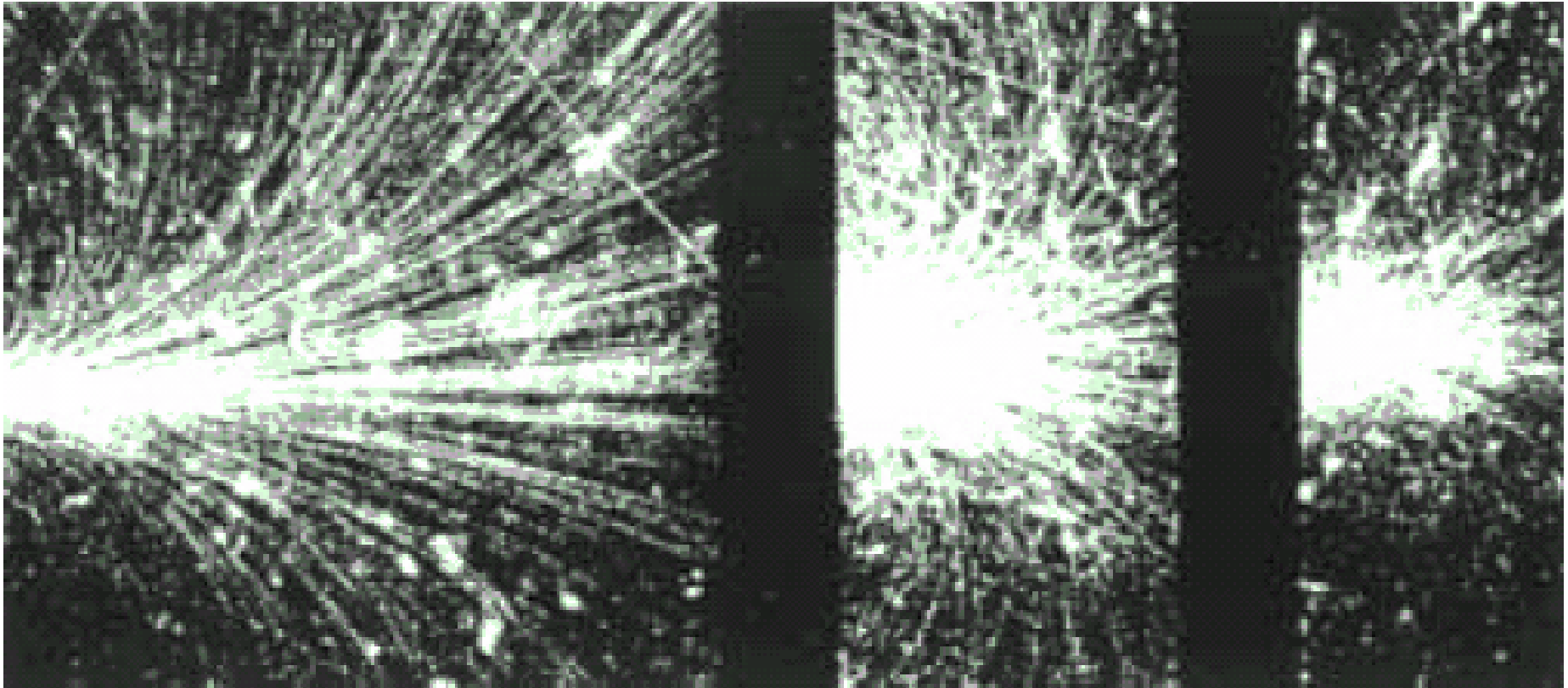


so entsteht eine Kaskade aus Photonen und e^+e^- -Paaren, ein **elektromagnetischer Schauer**

Nach jeder Strahlungslänge verdoppelt sich in etwa die Teilchenanzahl.

Anm.: Elektronen erzeugen auch em Schauer

Elektromagnetischer Schauer



Photon-induzierter Schauer in einer Nebelkammer.

- Die schwarzen Bereiche sind Blei-Platten.
- Senkrecht zur Bildebene wirkt ein Magnetfeld.

Longitudinale Schauerentwicklung ...

... charakterisiert durch

- hochenergetischen Teil der Kaskade
- skaliert mit der Strahlungslänge X_0 des Materials
- steigende Photon-Anzahl mit der Schauertiefe
- niederenergetische Elektronen $E < E_c$ verlieren Energie durch Ionisation und Anregung, E_c = kritische Energie

$t=x/X_0$ und

$y=E/E_c$

als dimensionslose Variable zur Charakterisierung des Schauerverhaltens und der Energiedeposition

Transversale Schauerentwicklung ...

... wird bestimmt durch **Vielfachstreuung niederenergetischer Elektronen**.

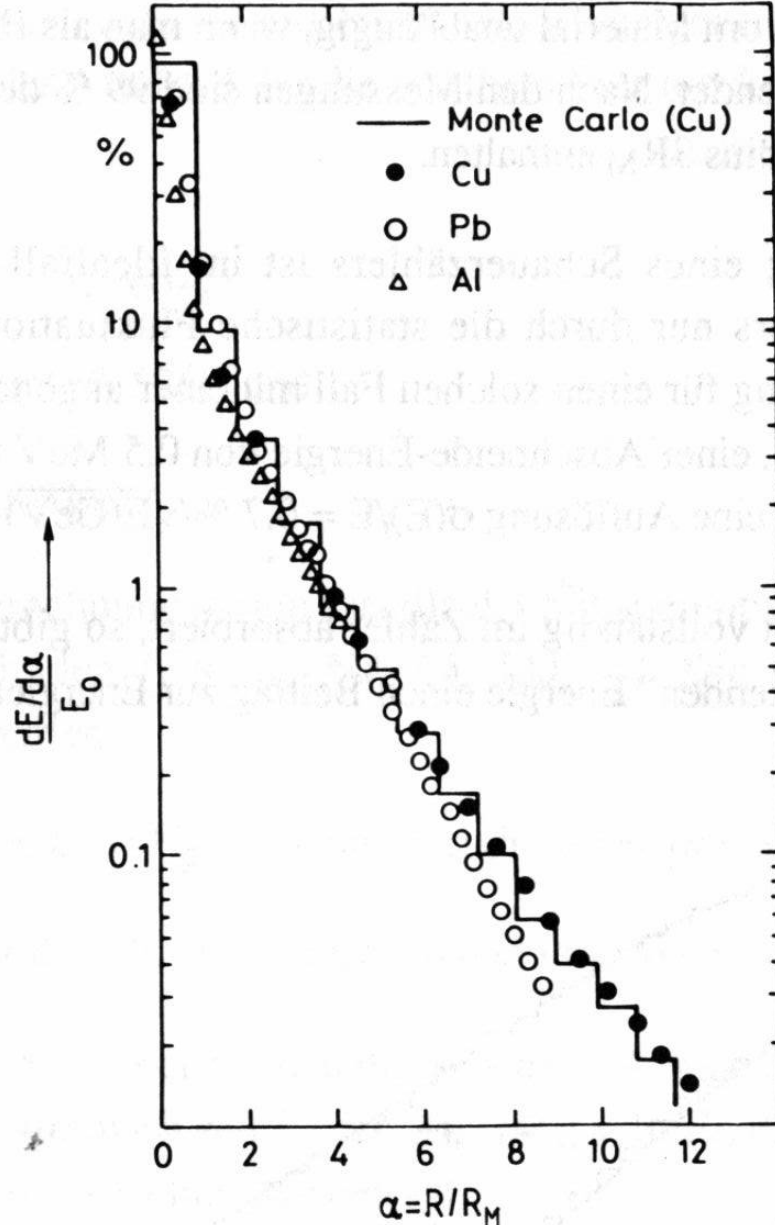
Nützliche Einheit zur Beschreibung:

$$\text{Molière-Radius: } R_M = X_0 \cdot E_s / E_c$$

$$\text{mit } E_s = m_e c^2 \cdot \sqrt{4\pi/\alpha} = 21.2 \text{ MeV}$$

- 90% der Energiedeposition innerhalb ca. $1.5 R_M$
- 99% liegen innerhalb von $3.5 R_M$

Tranversales Schauerprofil für verschiedene Materialien



Vorteil der Einheit Molière-Radius:
transversales Schauerprofil gleich für
verschiedene Materialien!

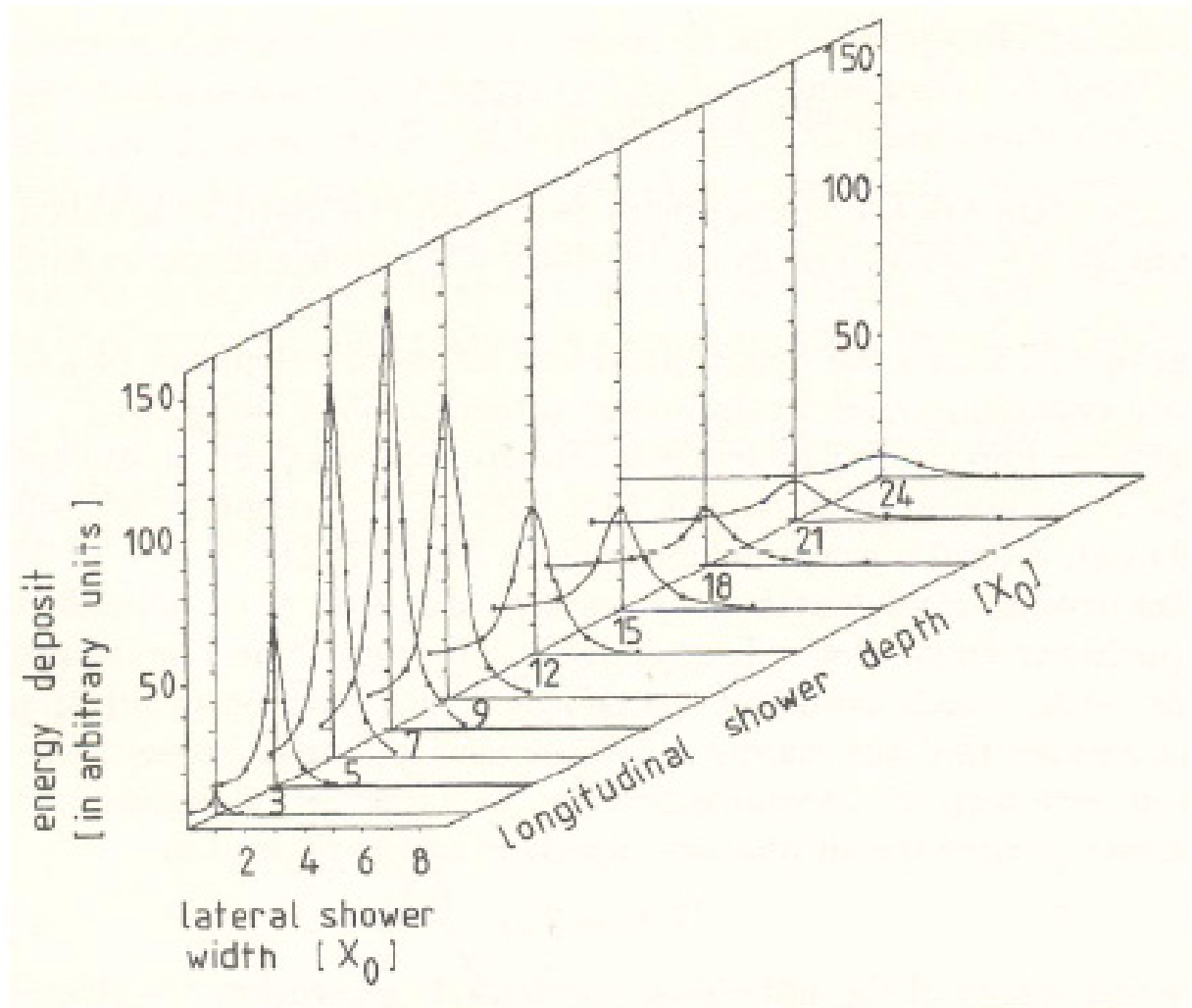
(Daten: elektromagnetischer Schauer
hervorgerufen durch primäres
Elektron von 6 GeV)

Quelle: Kleinknecht, Detektoren

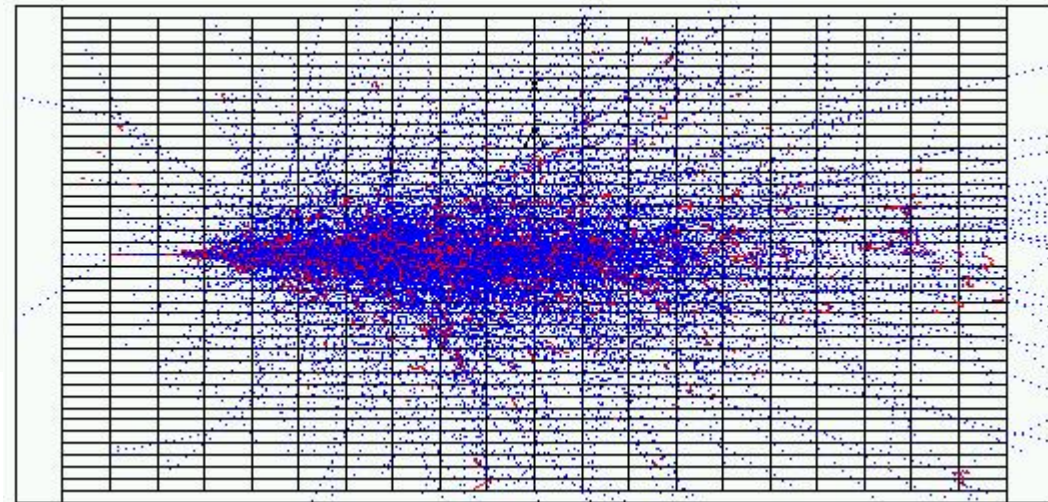
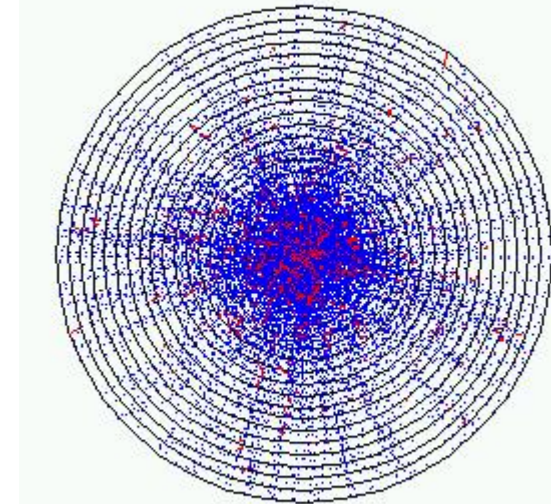
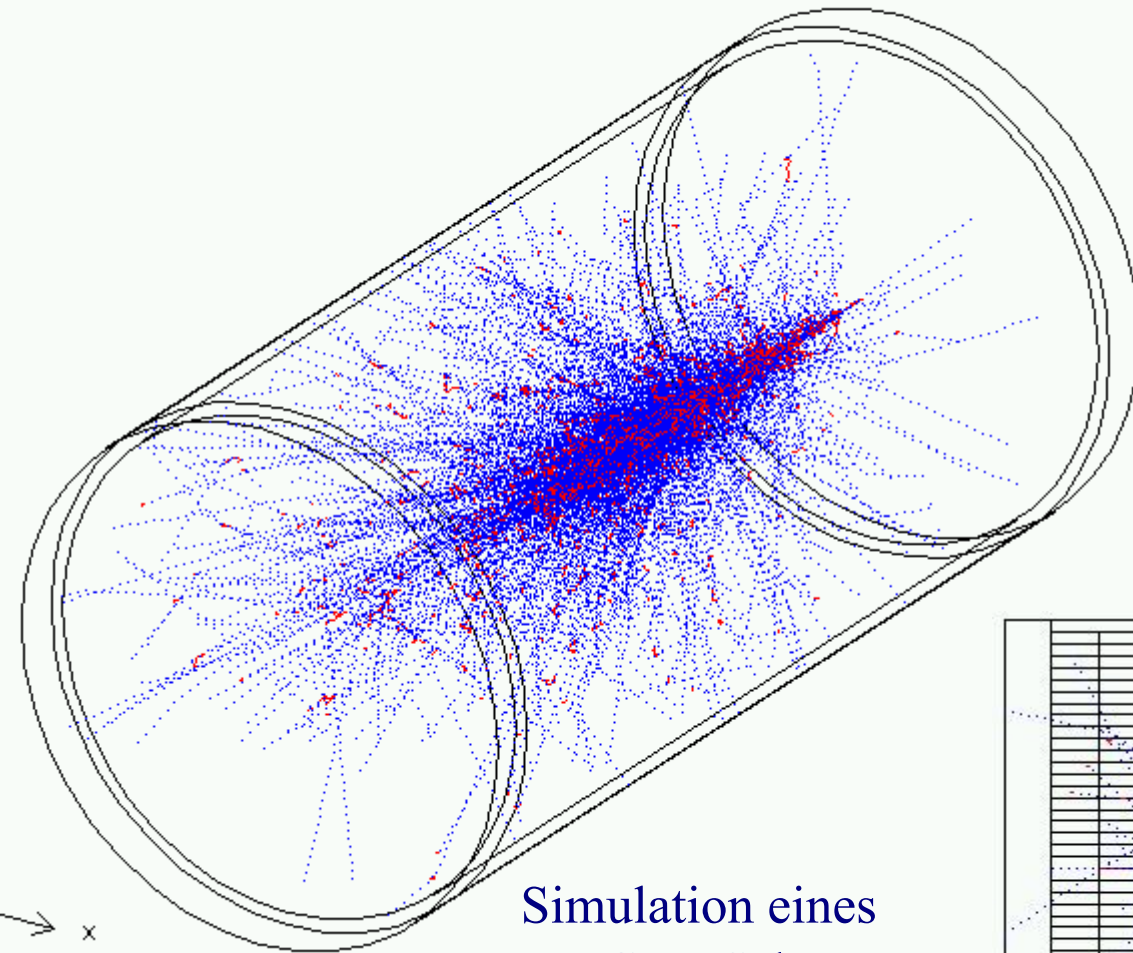
Transversales Schauerprofil

zB.: Bleiglas: $R_M = 3.6 \text{ cm}$

Bestimmt Dimension/Granularität
eines Kalorimeters

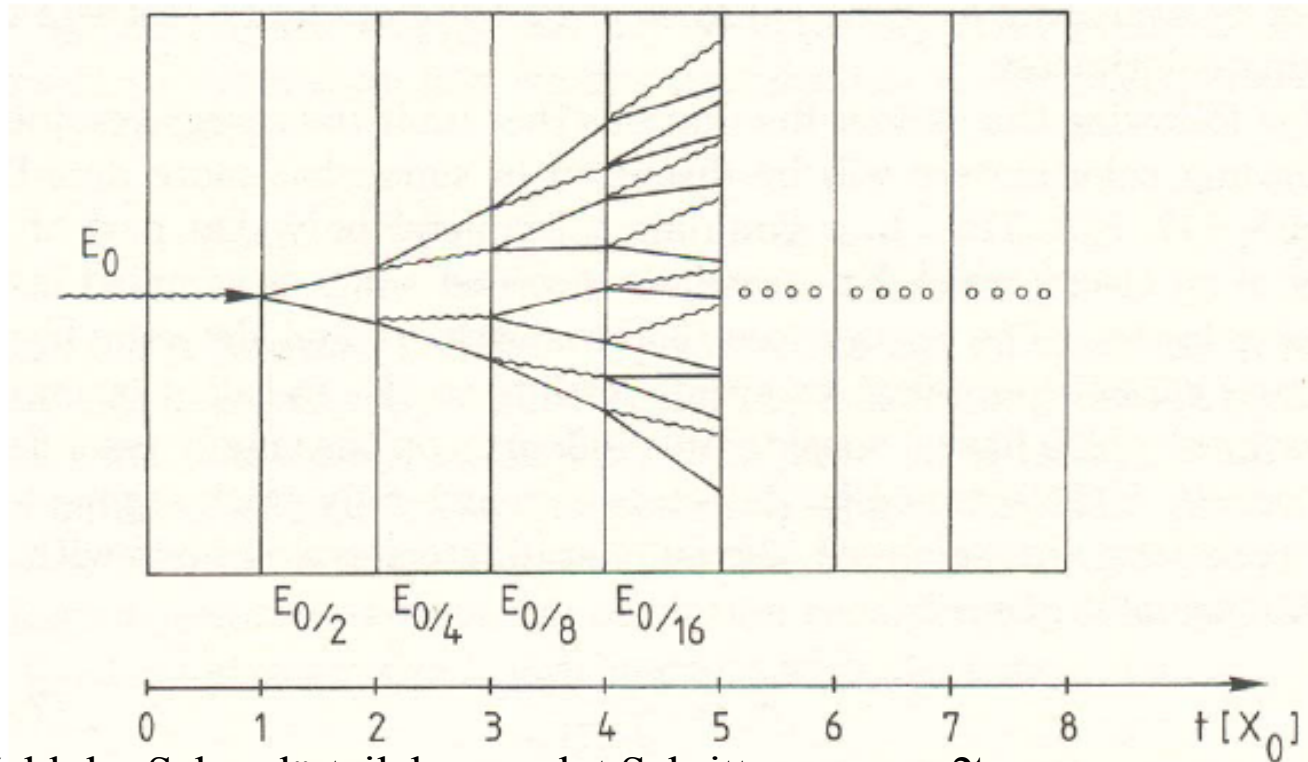


simulierter em Schauer (Geant)



Simulation eines
10 GeV-Schauers
mit **Geant3** in
Bleiglas-Block der
Länge $10 X_0$

Einfaches Schauervermodell

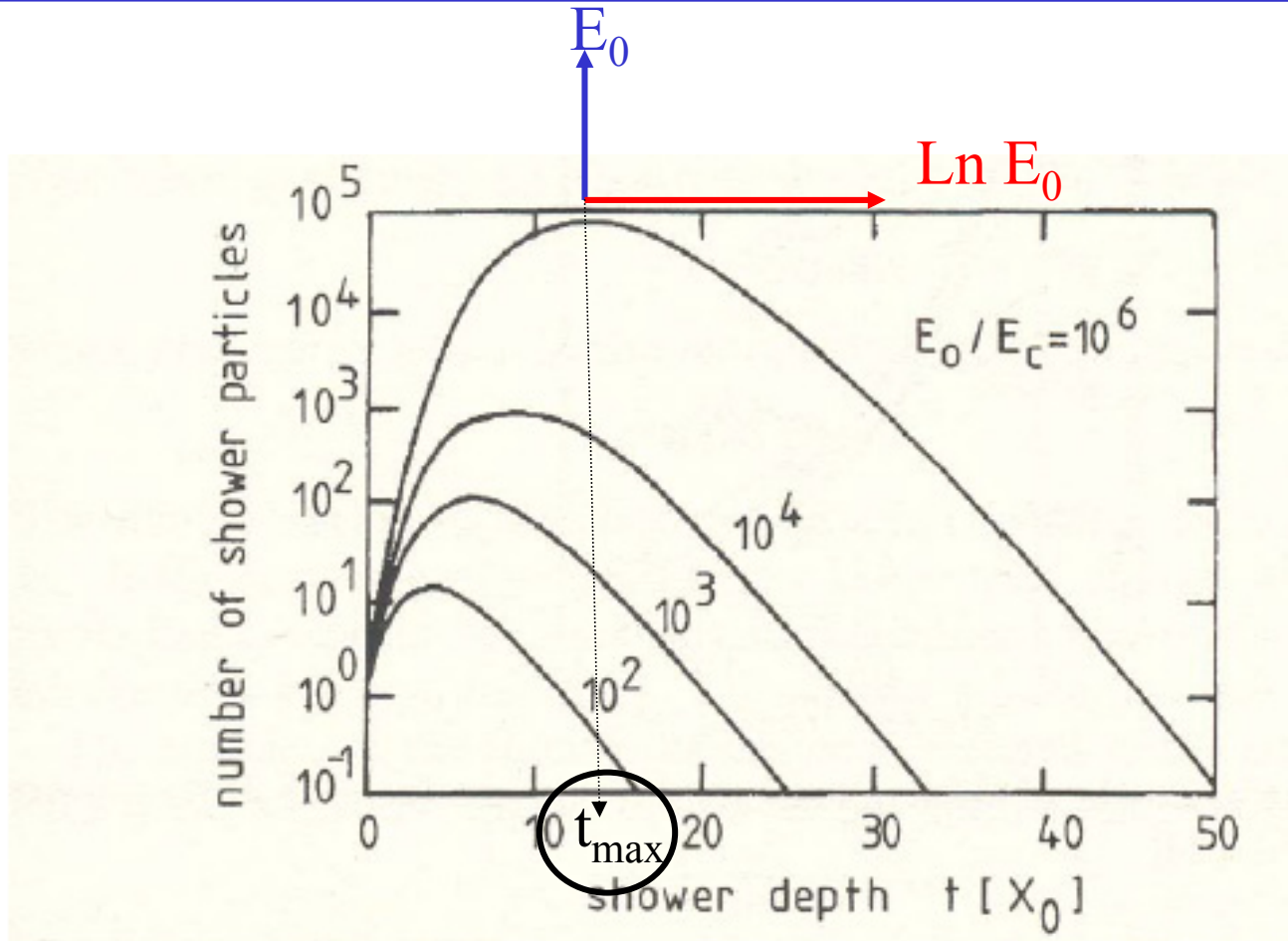


Zahl der Sekundärteilchen nach t Schritten: 2^t

Energie eines Teilchens nach t Schritten:

$$E(t) = \frac{E_0}{2^t}$$

Longitudinales Schauerprofil



Schauermaximum bei

$$E_c = E(t) = \frac{E_0}{2^{t_{max}}}$$

$$t_{max} \propto \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right)$$

Bs.: Bleiglas

$X_0 = 2 \text{ cm}$

$t_{max} = 13 \ X_0 = 26 \text{ cm}$

$t(95\%) = 23 \ X_0 = 46 \text{ cm}$

Energieauflösung

Mit $N(t) = 2^t$

$N_{\text{tot}} = 2 * \sum 2^t = 4 * 2^{\text{tmax}}$: Zahl der Sekundärteilchen = Ionisationsstreckenelemente

$$E_0 \propto N_{\text{tot}} \propto I_{\text{det}}$$

Linearer Zusammenhang Energie – Signal

$$\sigma_E \propto \sqrt{N_{\text{tot}}} \propto \sqrt{E_0}$$

Energieauflösung

$$\frac{\sigma}{E_0} \propto \frac{1}{\sqrt{E_0}}$$

Material	Z	Dichte (g/cm ³)	Kritische Energie (MeV)	Strahlungslänge	
				g/cm ²	cm
H ₂ (flüssig)	1	0,071	340	62,8	887
He (flüssig)	2	0,125	220	93,1	745
C	6	1,5	103	43,3	28
Al	13	2,70	47	24,3	9,00
Fe	26	7,87	24	13,9	1,77
Pb	82	11,35	6,9	6,4	0,56
Luft		0,0012	83	37,2	30 870
Wasser		1	93	36,4	36,4

$$E_c = \frac{550 \text{ MeV}}{Z}$$

2.1.4 Hadronische Wechselwirkungen mit Materie

Elastische oder inelastische Streuung von Hadronen an Kernen
aufgrund der starken Wechselwirkung.

Einfache Vorstellung:

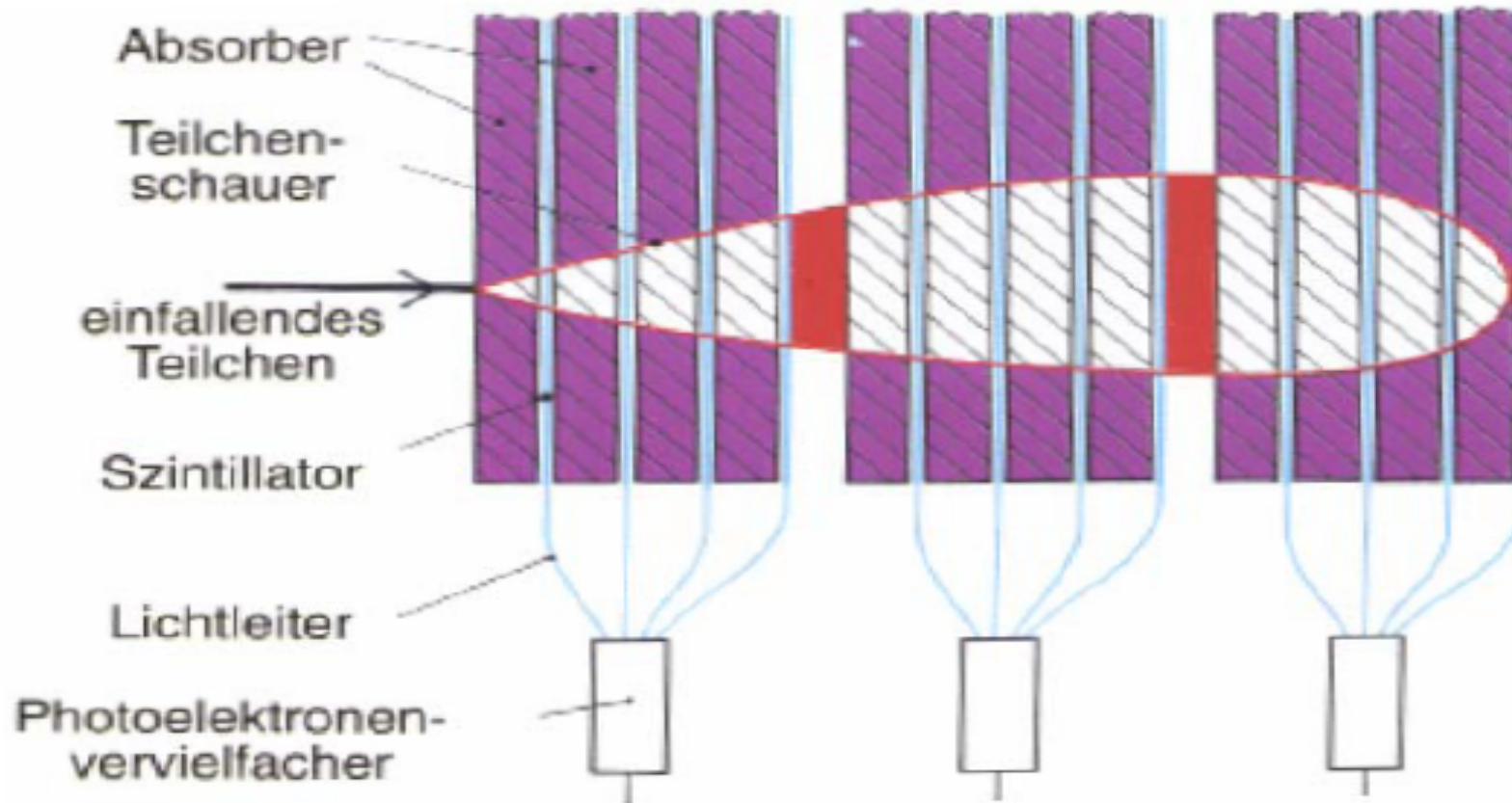
Hadron + Kern \rightarrow

$$\left. \begin{array}{l} \pi^+, \pi^-, \pi^0 \\ + \sim 10\% K^+K^-, K_S^0, K_L^0 \\ + \sim 5\% p, n \\ + \text{Kernfragmente} \end{array} \right\} \sigma \propto \pi R_K^2 A^{2/3} \approx 35 \text{ mb} \cdot A^{0.7}$$

Wechselwirkungs- bzw. Absorptionslänge

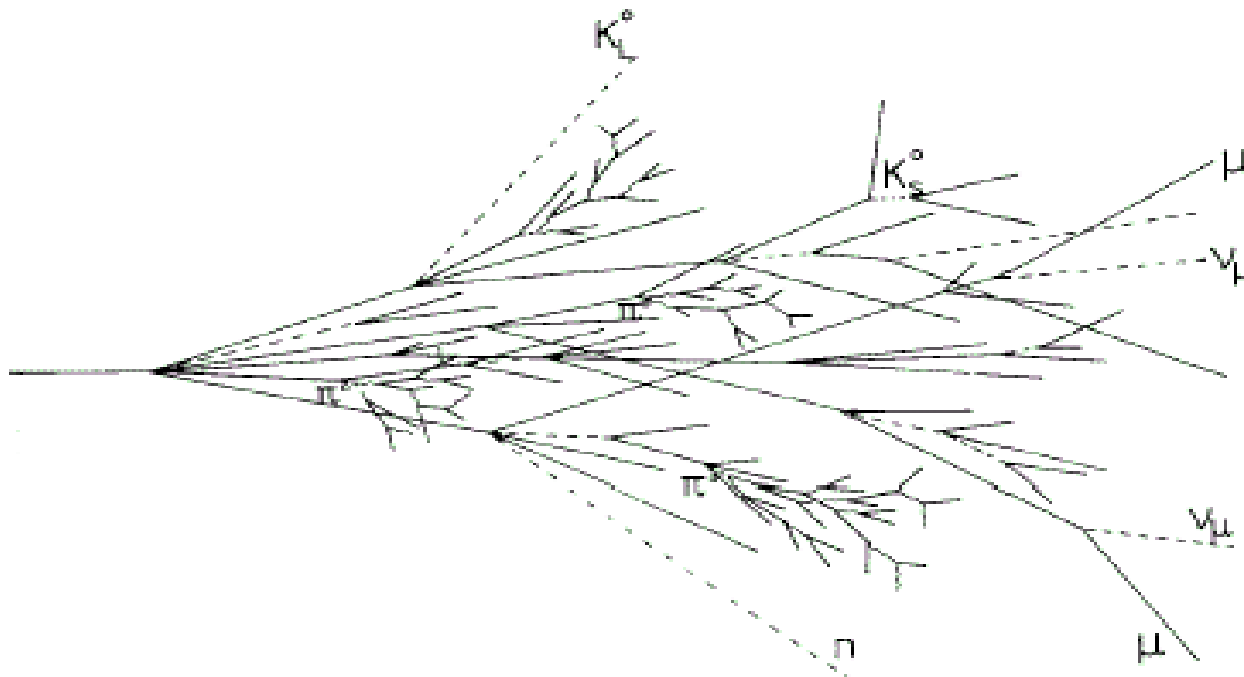
$$N(x) = N_0 \exp(-x/\lambda_{w,a}) \quad \lambda_{w,a} = \frac{A}{N_A \cdot \rho \cdot \sigma_{tot,a}} \approx 35 \text{ g cm}^{-2} \cdot A^{1/3} / \rho$$

Aufbau eines Kalorimeters



Hadronische Prozesse

- wegen der geringen Reichweite d. starken WW seltener als EM WW
 - inelastische WW \rightarrow Produktion von Sekundär-Hadronen
 - Ausbildung einer Hadron-Kaskade aus hochenergetischen Hadronen und niederenergetischen Kernfragmenten
- Kernbindungsenergie ($\sim 20\%$) trägt nicht zur sichtbaren Energie bei !**



- neutrale Hadronen, insb. Neutronen, tragen Energie weit vom primären Teilchen weg

Die π^0 -Komponente

In hadronischen Schauern entstehen π^0 -Mesonen.

$$n(\pi^0) \approx \ln(E [\text{GeV}]) - 4.6 \quad (\text{empirisch})$$

π^0 zerfallen in Photonen: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$

⇒ elektromagnetische Komponente
mit nur kurzer Reichweite

Starke Fluktuationen wegen recht kleiner Anzahl inelastischer Prozesse

Materialtabelle

Material	Z	A	σ_{total} [barn]	σ_{inel} [barn]	$\lambda_w \cdot \rho$ [g/cm ²]	$\lambda_a \cdot \rho$ [g/cm ²]
Wasserstoff	1	1.01	0.0387	0.033	43.3	50.8
Helium	2	4.0	0.133	0.102	49.9	65.1
Beryllium	4	9.01	0.268	0.199	55.8	75.2
Kohlenstoff	6	12.01	0.331	0.231	60.2	86.3
Stickstoff	7	14.01	0.379	0.265	61.4	87.8
Sauerstoff	8	16.0	0.420	0.292	63.2	91.0
Aluminium	13	26.98	0.634	0.421	70.6	106.4
Silizium	14	28.09	0.660	0.440	70.6	106.0
Eisen	26	55.85	1.120	0.703	82.8	131.9
Kupfer	29	63.55	1.232	0.782	85.6	134.9
Wolfram	74	183.85	2.767	1.65	110.3	185
Blei	82	207.19	2.960	1.77	116.2	194
Uran	92	238.03	3.378	1.98	117.0	199

Hadronische Schauer

Longitudinal:

Bs.: Eisen; $E_0 = 100$ GeV

$$\lambda_W = 17 \text{ cm}$$

$$t_{\max} = (0.2 \ln E_0 [\text{GeV}] + 0.7) * \lambda_W \\ = 1.6 * \lambda_W = 27 \text{ cm}$$

$$t(95\%) = 4.8 \lambda_W = 80 \text{ cm}$$

Transversal:

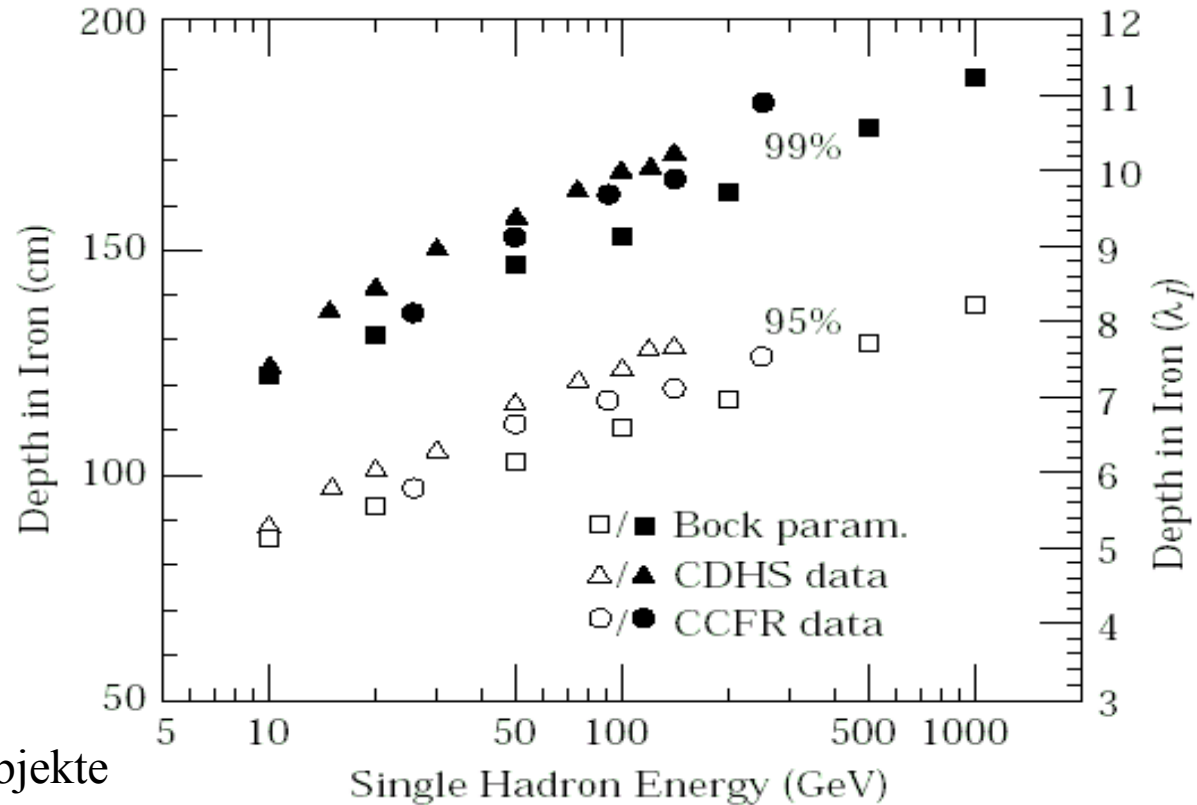
Bs.: Eisen

$$R(95\%) = \lambda_W = 17 \text{ cm}$$

Konsequenz:

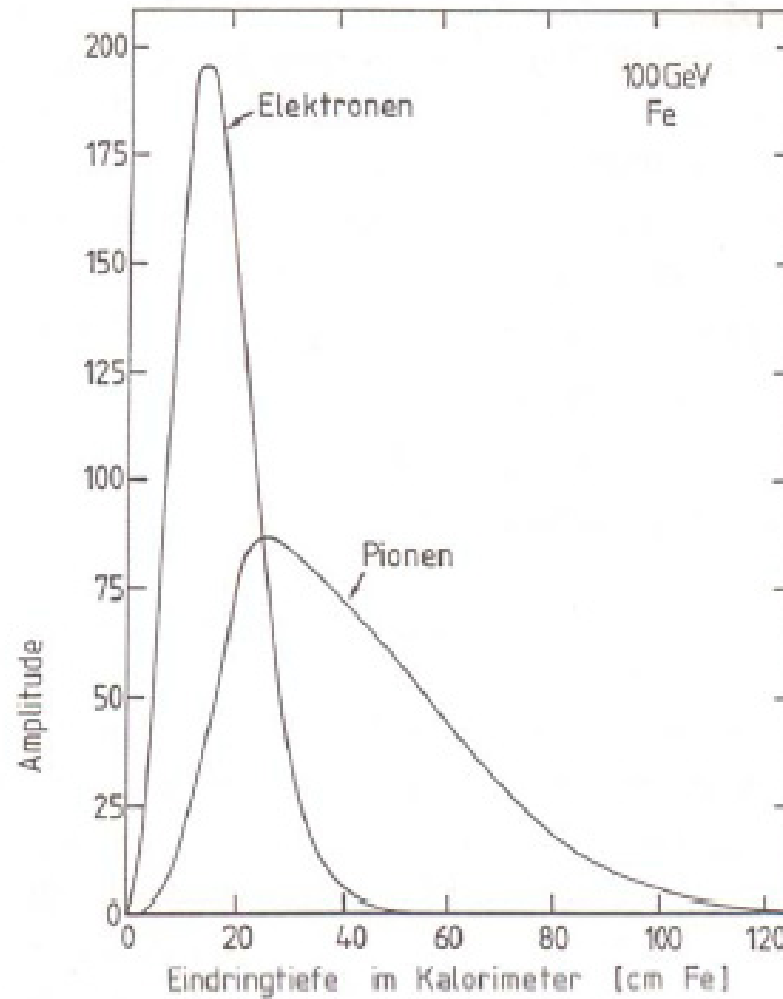
Hadron-Kalorimeter grobstrukturierte Objekte

typische Auflösung: $50 - 100 \% / \sqrt{E_0}$



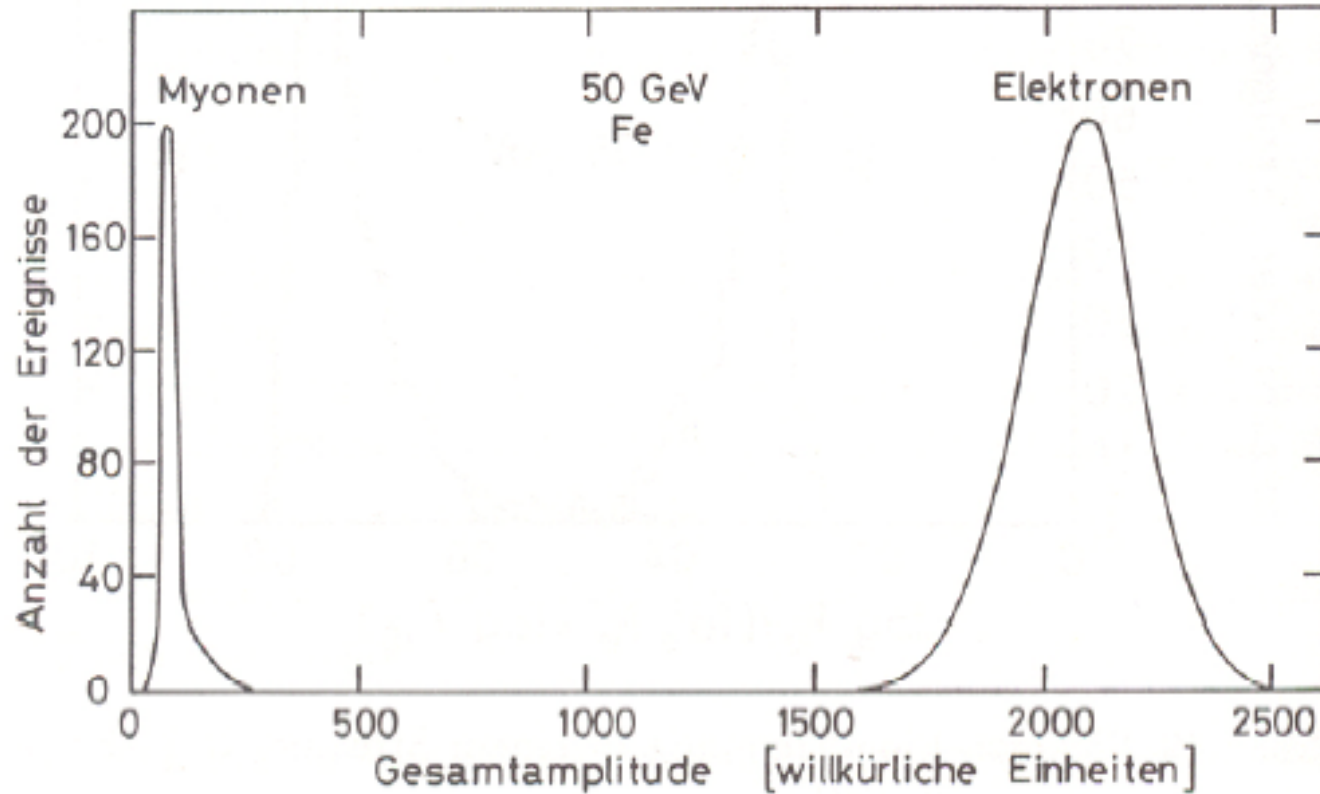
Benötigte Materialstärke von Eisen für 95% bzw. 99 % Einschluß eines hadronischen Schauers

1. Elektron - Pion



1. Verschiedene Strahlungs-/Absorptionslänge
2. Hadronische Schauer sind breiter

2. Myon - Elektron



1. Unterschiede in der Energieabgabe