

Die Entstehung der leichten Elemente

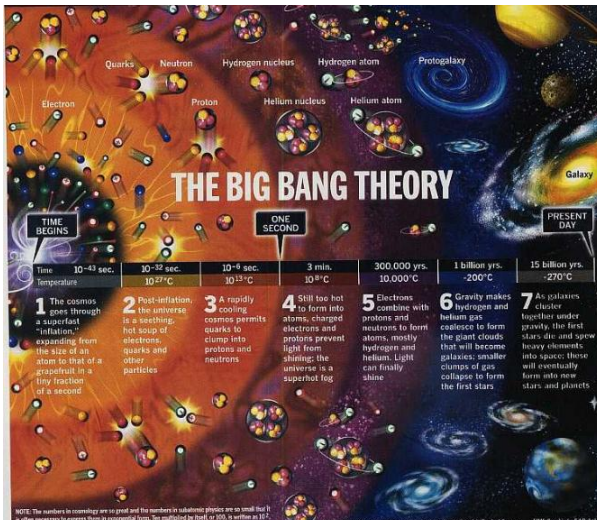
Johannes Zeller

15. Mai 2009

Inhaltsverzeichnis

- 1 Einführung: Big Bang Theorie
- 2 Phasen zur Nukleosynthese
 - Phase I: Gleichgewicht
 - Phase II: Ausfrieren
 - Phase III: Neutronzerfall
- 3 Nukleosynthese
 - Reaktionen
 - Massenanteil Y_p
 - Überblick
- 4 Messung der Elementhäufigkeiten
 - ^4He
 - Deuterium
 - Lithium
 - ^3He
- 5 Schlussfolgerungen

Big Bang



3 Grundpfeiler

- 1 Kosmologisches Prinzip
 - **Homogenität** und **Isotropie**
 - Hinreichend große Skalen (100 Mpc)
- 2 Einsteins Feldgleichungen (ART)
 - $G_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\Lambda = 8\pi G \cdot T_{\mu\nu}$
- 3 Hubble Expansion (Edwin Hubble 1929)
 - Hubblebeziehung $\vec{v} = H_0 \vec{r}$

Skalenfaktor

Übergang zu mitbewegten Koordinaten:

$$\vec{r}(t) = a(t) \cdot \vec{x} \quad (1)$$

$$\vec{v}(t) = \dot{a}(t) \cdot \vec{x} \quad (2)$$

→ Dynamik wird durch Skalenfaktor $a(t)$ beschrieben.

→ Hubblefunktion: $H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$

Einsteins Feldgleichungen

Feldgleichungen

$$G_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\Lambda = 8\pi G \cdot T_{\mu\nu} \quad (3)$$

- $G_{\mu\nu}$: Einstein-Tensor (Raumeigenschaften Metrik und Krümmung)
- $T_{\mu\nu}$: Energie-Impuls-Tensor (Energie- und Materiefelder)

Metrik

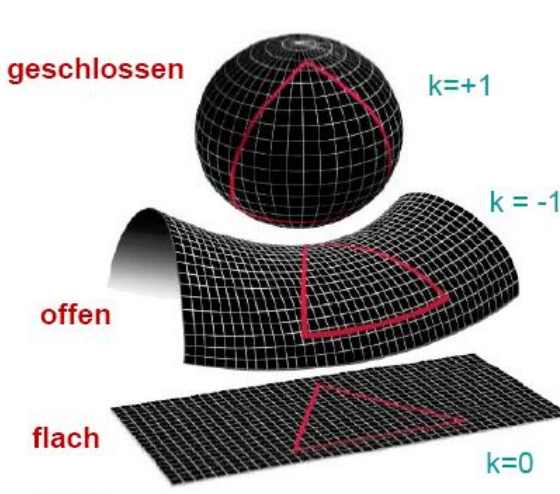
- Abstand zwischen zwei Punkten der Raumzeit
- Allgemein: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Kosmologisches Prinzip → RW-Metrik:

Robertson-Walker-Metrik

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\phi^2) \right] \quad (4)$$

Krümmung



Quelle: ATP Skript, Guido Drexlin

Friedmann-Lemaitre-Gleichungen

Mit RW-Metrik reduzieren sich die Einstein-Gleichungen auf die 2 FL-Gleichungen:

1. FL-Gleichung

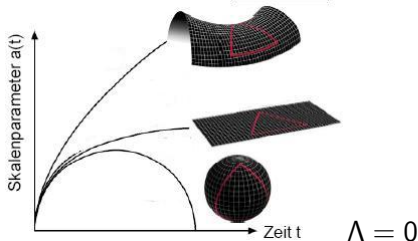
$$H^2(t) = \left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right]^2 = \frac{8}{3} \pi G \rho(t) - \frac{k}{a^2(t)} + \frac{\Lambda}{3} \quad (5)$$

2. FL-Gleichung

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho(t) + 3 \frac{P}{c^2} \right] + \frac{\Lambda}{3} \quad (6)$$

Lösungen

dominante Komponente	Zustands-gleichung	Energiedichte $\rho(t)$	Skalenparameter $a(t)$
Strahlung	$P_r = \frac{1}{3} \rho_r c^2$	$\rho_r \sim 1/a^4$	$a(t) = t^{1/2}$
Materie	$P_m = \frac{2}{3} \rho_m c^2 v^2/c^2 \sim 0$	$\rho_m \sim 1/a^3$	$a(t) \sim t^{2/3}$
Vakuumenergie	$P_v = -\rho_v c^2$	$\rho_v = \text{const.}$	$a(t) \sim e^{\alpha t}, \alpha = \sqrt{\Lambda/3}$



Dichteparameter

$$H^2(t) = \left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right]^2 = \frac{8}{3} \pi G \rho(t) - \frac{k}{a^2(t)} + \frac{\Lambda}{3}$$

- Kritische Dichte: $\rho_c(t) = \frac{3 \cdot H^2(t)}{8\pi G}$
- Normierung: $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$
- FL-Gleichung: $\Omega - 1 = \frac{k}{a^2(t)H^2(t)} \rightarrow \Omega + \Omega_k = 1$
- Zusammensetzung: $\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$

Dichteparameter

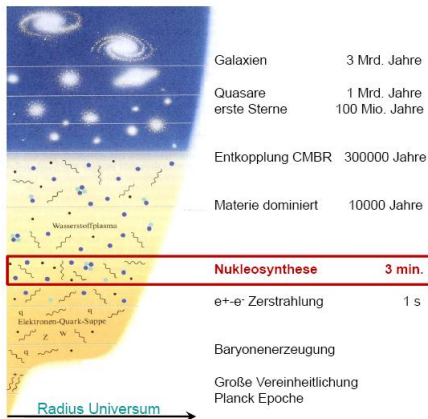
$$H^2(t) = \left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right]^2 = \frac{8}{3} \pi G \rho(t) - \frac{k}{a^2(t)} + \frac{\Lambda}{3}$$

- Kritische Dichte: $\rho_c(t) = \frac{3 \cdot H^2(t)}{8\pi G}$
- Normierung: $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$
- FL-Gleichung: $\Omega - 1 = \frac{k}{a^2(t)H^2(t)} \rightarrow \Omega + \Omega_k = 1$
- Zusammensetzung: $\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$

 **BBN**

Überblick

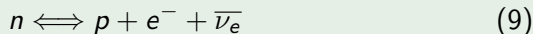
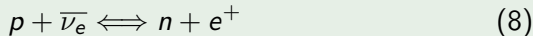
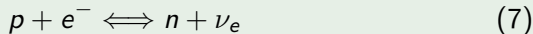
- Die Leichten Elemente:
 D , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}$
- Zeitraum: 0,01s bis 3min
- Temperaturbereich:
 10^9K bis 10^{11}K



ATP Skript, Guido Drexlin

Phase I: Gleichgewicht

Protonen und Neutronen im Gleichgewicht



$$E=10 \text{ MeV} \quad T=10^{11} \text{ K} \quad t=0,01 \text{ s}$$

→ Reaktionen der schwachen WW!

Gleichgewicht

- Alle Teilchen sind im thermodynamischen Gleichgewicht
- n/p Verhältnis ergibt sich aus der Boltzmann-Verteilung

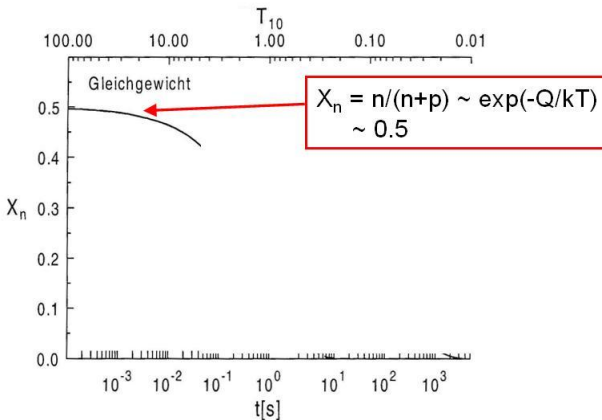
Boltzmann-Verteilung

$$\frac{n}{p} = e^{-Q/T} \quad (10)$$

$$Q = 1,293 \text{ MeV} \quad (11)$$

Q: Massendifferenz

n/p Verhältnis



Quelle: BBN Vortrag, Klaus Eitel

Parameter

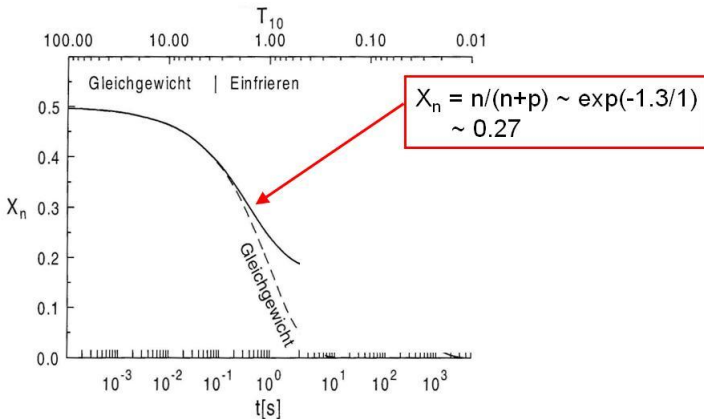
- 1 Wechselwirkungsrate: $\Gamma_{n \leftrightarrow p} \propto T^5$
- 2 Hubble Expansionsrate: $H \propto T^2$

Expansion \longrightarrow Abkühlung \longrightarrow Γ fällt schneller als H

Ausfrieren

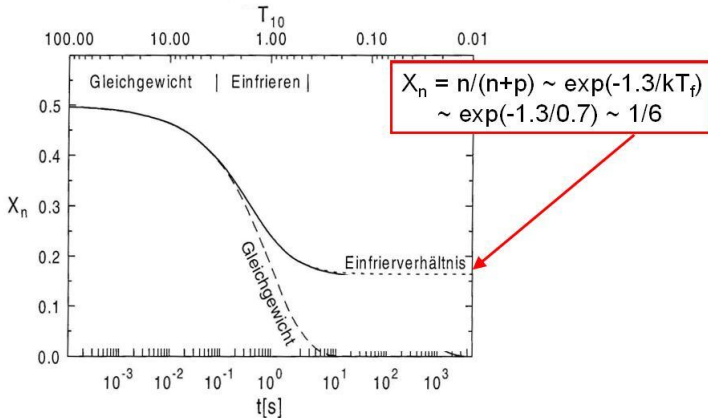
- $E=1 \text{ MeV}$ $T=10^{10} \text{ K}$ $t=1 \text{ s}$
- Schwache Wechselwirkung nimmt ab
- Neutronen frieren aus
- Neutrinos entkoppeln
- Kein thermisches Gleichgewicht mehr
- n/p Verhältnis stellt sich ein $\frac{n}{p} = \frac{1}{6}$

n/p Verhältnis



Quelle: BBN Vortrag, Klaus Eitel

n/p Verhältnis

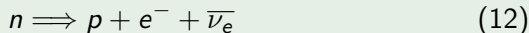


Quelle: BBN Vortrag, Klaus Eitel

Neutronzerfall

- Nur noch β^- -Zerfall von Neutronen in Protonen
- Halbwertszeit $\tau = 887s$

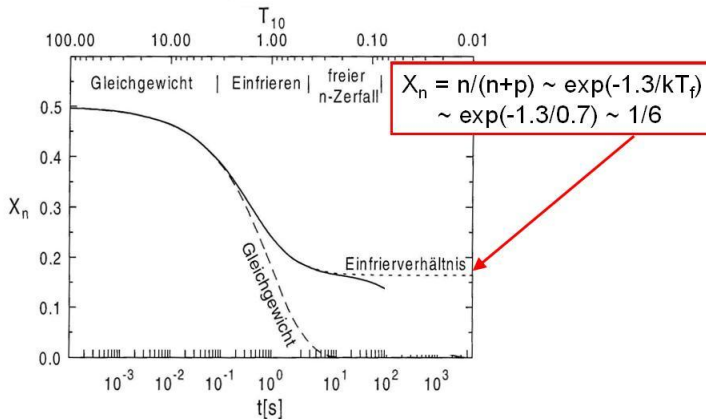
β^- -Zerfall



n/p Verhältnis

- $E > 0,1 \text{ MeV}$ $T > 10^9 \text{ K}$ $t=1\text{s} - 1\text{min}$
- Verhältnis verschiebt sich zu: $\frac{n}{p} = \frac{1}{7}$

n/p Verhältnis



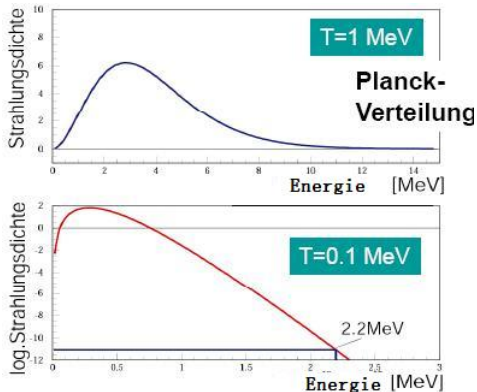
Quelle: BBN Vortrag, Klaus Eitel

Deuterium?

- $0,1 \text{ MeV} < E < 1 \text{ MeV}$
- Bindungsenergie $2,2 \text{ MeV}$

Allerdings noch keine Bildung von Deuterium! Warum?

Planck-Verteilung



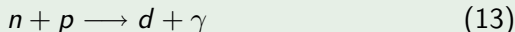
- $\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \approx 10^{-10}$
- Grund: Materie-Antimaterie-Zerstrahlung
- Wichtigster und einziger freier Parameter der BBN

Quelle: ATP-Skript, Guido Drexlin

→ $E=0,1 \text{ MeV}$ $T=10^9 \text{ K}$ muss erreicht werden

Reaktionen

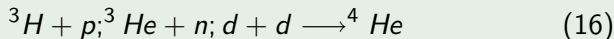
Deuterium



weitere Reaktionen

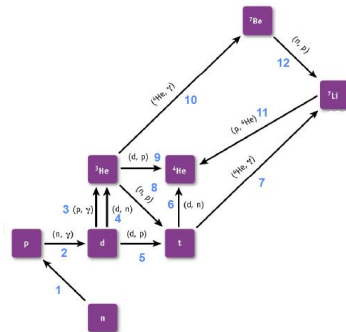


${}^4\text{He}$



Reaktionen

- Leichten Elemente werden auf über 100 Reaktionspfaden gebildet
- 12 sind dominierend
- Alle enden bei ${}^4\text{He}$, D, ${}^3\text{He}$ und ${}^7\text{Li}$ nur in Spuren



Quelle: ATP-Skript, Guido Drexlin



${}^4\text{He}$

- Ausgangssituation vor Nukleosynthese: $\frac{n}{p} = \frac{1}{7}$
- Massenanteil von ${}^4\text{He}$:

Y_p

$$Y_p = \frac{2n_n}{n_n + n_p} = \frac{2\frac{n}{p}}{\frac{n}{p} + 1} \approx 0,25 \quad (17)$$

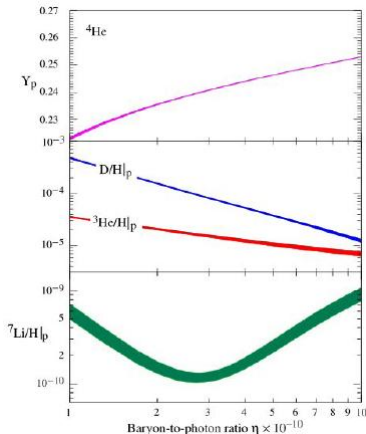
Überblick

- 25% ^4He und 75% H
- $\frac{D}{H}, \frac{^3\text{He}}{H} \approx 10^{-5}$
- $\frac{^7\text{Li}}{H} \approx 10^{-10}$

Epochen - Big Bang Nukleosynthese		
I	therm. Gleichgew.	$T=10^{11} \text{ K}, t=0.01 \text{ s}$
II	Ausfrieren	$T=10^{10} \text{ K}, t=1 \text{ s}$
III	Neutronzerfall	$T > 10^9 \text{ K}, t \sim 1 \text{ min.}$
IV	Fusionsreaktionen	$T=10^9 \text{ K}, t > 1 \text{ min.}$

Quelle: ATP Skript, Guido Drexlin

Elementhäufigkeiten

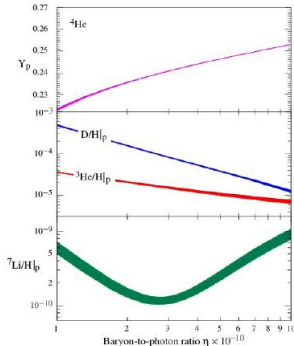
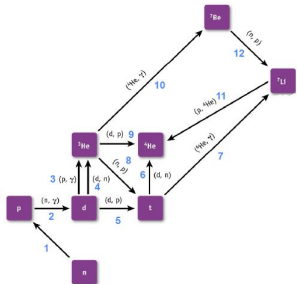


Quelle: Particle Data Group, Review BBN

Elementhäufigkeiten

$\eta \uparrow$

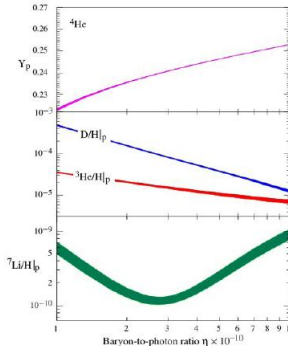
- D entsteht früher, da weniger γ
- weniger n zerfallen
- D und ${}^3\text{He}$ können besser zu ${}^4\text{He}$ reagieren
- Folge: mehr ${}^4\text{He}$, weniger D und ${}^3\text{He}$



Quelle: Particle Data Group, Review BBN

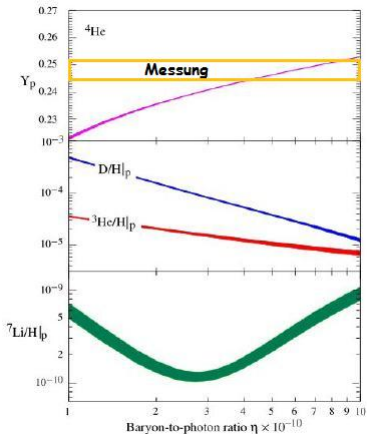
Theorie \leftrightarrow Experiment

η + Reaktionsnetzwerke \rightarrow Erwartung an Häufigkeiten



Quelle: Particle Data Group, Review BBN

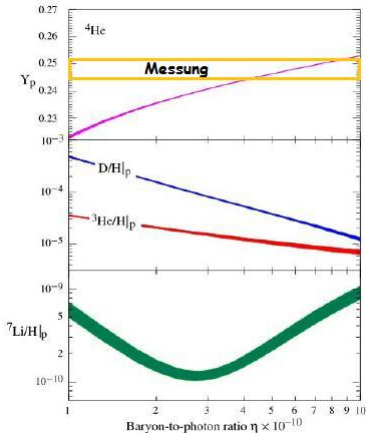
Messung der Elementhäufigkeiten



- Ziel:
 - η bestimmen
 - Übereinstimmung der Elemente
 - Konsistenz
- Probleme:
 - Stellare Nukleosynthese
 - Schwere Elemente
 - Chemische Evolution

→ Beobachtung in Gebieten mit niedrigem Metallvorkommen

Messung der Elementhäufigkeiten

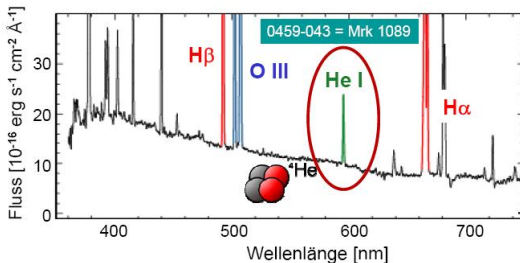


- Ziel:
 - η bestimmen
 - Übereinstimmung der Elemente
 - Konsistenz
- Probleme:
 - Stellare Nukleosynthese
 - Schwere Elemente
 - Chemische Evolution

→ Beobachtung in Gebieten mit niedrigem Metallvorkommen

^4He

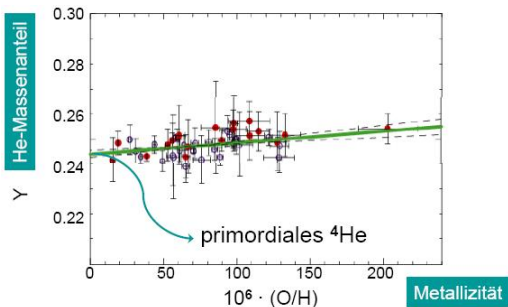
- Beobachtung in Blue Compact Dwarf Galaxien (geringe Metallizität)
- H II Regionen (heiß, ionisierter Wasserstoff)
- Rekombinationslinien von He-Ionen bei 587,6 nm



Quelle: ATP Skript, Guido Drexlin

0-Extrapolation

- Problem: Verschmutzung nicht primordiales He
- Abhängigkeit von Metallizität
- Auftragung über O/H und Extrapolation zu O/H=0



Quelle: ATP Skript, Guido Drexlin

Ergebnis

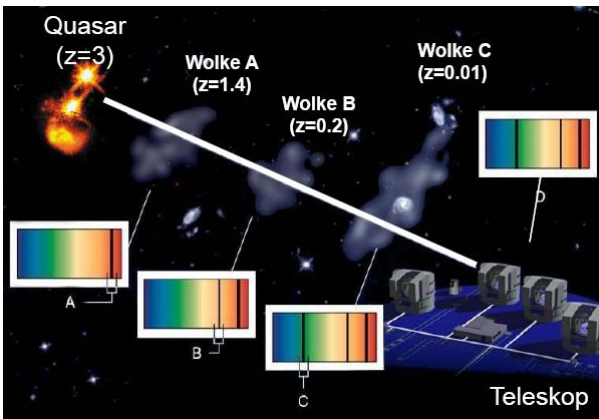
^4He

$$Y_p = 0,249 \pm 0,009$$

Deuterium

- keine Quellen für Deuterium
- D wird in Sternen fusioniert ($\text{D} + \text{p} \rightarrow ^3\text{He} + \gamma$)
- Messung liefert Untergrenze für primordiale Häufigkeit und Obergrenze für η
- Messung in QAS (quasar absorption systems)

QAS



Quelle: ATP Skript, Guido Drexlin

QAS

- Lyman α -Absorptionslinie in Wasserstoffwolken
- Beobachtung gegen ferne Quasare mit hoher Rotverschiebung z

Lyman α

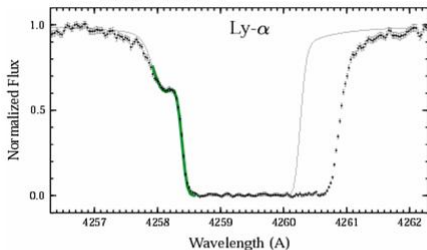
$$\lambda = 121,6 \cdot (1 + z)nm$$

Probleme

- Trennung der Linien von H und D ($\Delta E/E=2,7 \cdot 10^{-4}$)
- Linien dopplerverbreitert (Rotation in den Wolken)
- grosse Intensitätsunterschiede ($10^5:1$)

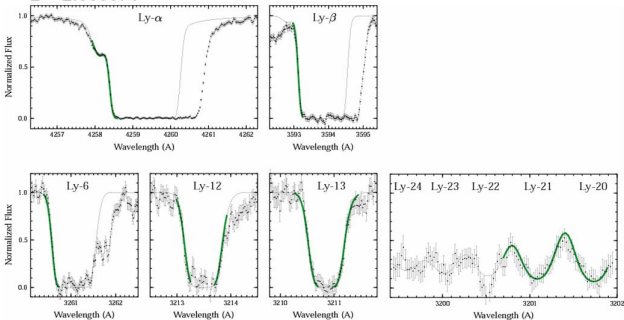
Spektrum

Q1009+2956 (Keck/HIRES echelle data)
 $z = 2.503571$



Spektrum

Q1009+2956 (Keck/HIRES echelle data)
 $z = 2.503571$



Quelle: BBN Vortrag, Klaus Eitel

Ergebnis

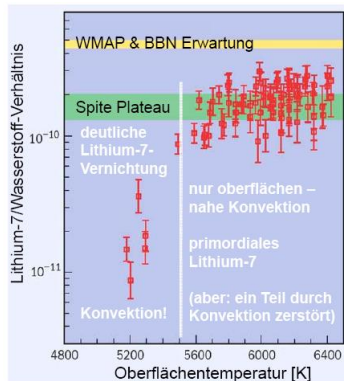
Durchschnitt aus den 6 genauesten QAS Messungen

Deuterium

$$\frac{D}{H}|_p = (2,84 \pm 0,26) \cdot 10^{-5}$$

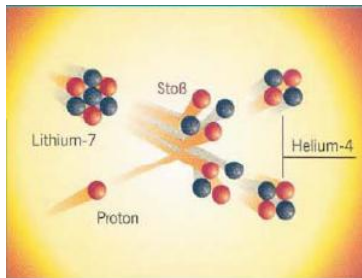
Lithium

- Metallarme Pop II Sterne im galaktischen Halo
- $T > 5500 \text{ K} \rightarrow$ dünne Konvektionszone
- Spektroskopische Messung der Sternatmosphäre



Quelle: ATP Skript, Guido Drexlin

Li-Verbrennung



Quelle: ATP Skript, Guido Drexlin

- Im Stern bei $T > 2,5 \cdot 10^6$ K wird Li verbrannt
- Kleine Konvektionszone näher an primordialer Häufigkeit
- $^7\text{Li} + p = 2\ ^4\text{He}$

Ergebnis

- Abhängigkeiten zwischen Li und Fe
- Zu null extrapolieren

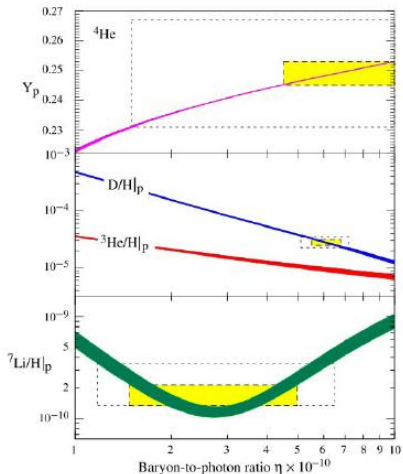
Lithium

$$\frac{\text{Li}}{\text{H}}|_p = (1,7 \pm 0,02_{-0}^{+1,1}) \cdot 10^{-10}$$

^3He

- Daten nur aus Sonnensystem und H II Regionen der Galaxie (hohe Metallizität)
- Modelle für stellare Nukleosynthese von ^3He widersprechen Beobachtungen
- ^3He Häufigkeit wird nicht mehr als Messgröße verwendet
- Problemumkehr: Stellare Astrophysik durch vorhergesagte Häufigkeiten einschränken

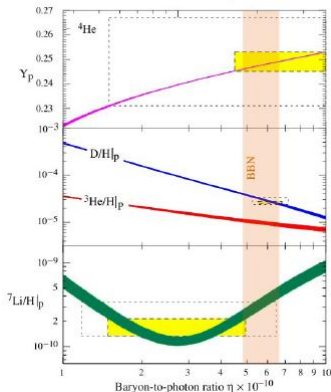
Messergebnisse



Quelle: Particle Data Group, Review BBN

Schlussfolgerungen

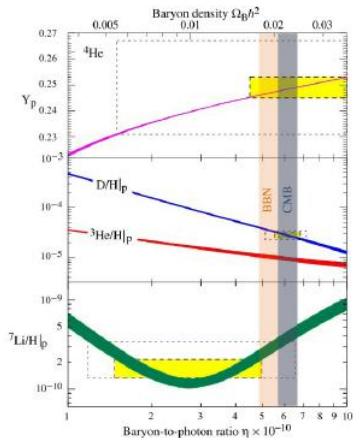
- Aus gemessenen Häufigkeiten lässt sich auf η rückschließen
- BBN: $4,7 \leq \eta_{10} \leq 6,5$



Quelle: Particle Data Group, Review BBN

- Baryonendichte kann aus CMB-Messungen bestimmt werden (WMAP)
- Andere Physik
- Andere Epoche (300 000 Jahre)
- Ergebnisse sind konsistent !!!

CMB



Quelle: Particle Data Group, Review BBN

Baryonendichte

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \quad \boxed{\rho_\gamma^T = 411 \frac{1}{\text{cm}^3}} \quad \text{CMB}$$

$$\Rightarrow \rho_B^T = \eta \cdot \rho_\gamma^T$$

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_B &= 1 \text{ GeV} \cdot \rho_B^T = 2,1 \cdot 10^{-7} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3} \\ \rho_c &= 1,05 \cdot 10^{-5} h^2 \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3} \end{aligned}}$$

$$\Omega_B h^2 = \frac{\rho_B}{\rho_c} \cdot h^2 \approx 0,02$$

$$\Omega_m h^2 = 0,128$$

$$\boxed{\Omega_B = 4\% \iff \Omega_m = 24\%}$$

→ **Dunkle Materie**

Baryondichte

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \quad \boxed{\rho_\gamma^T = 411 \frac{1}{\text{cm}^3}} \quad \text{CMB}$$

$$\Rightarrow \rho_B^T = \eta \cdot \rho_\gamma^T$$

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_B &= 1 \text{ GeV} \cdot \rho_B^T = 2,1 \cdot 10^{-7} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3} \\ \rho_c &= 1,05 \cdot 10^{-5} h^2 \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3} \end{aligned}}$$

$$\Omega_B h^2 = \frac{\rho_B}{\rho_c} \cdot h^2 \approx 0,02$$

$$\Omega_m h^2 = 0,128$$

$$\boxed{\Omega_B = 4\% \iff \Omega_m = 24\%}$$

→ **Dunkle Materie**

Baryondichte

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \quad \boxed{\rho_\gamma^T = 411 \frac{1}{\text{cm}^3}} \quad \text{CMB}$$

$$\Rightarrow \rho_B^T = \eta \cdot \rho_\gamma^T$$

$$\rho_B = 1 \text{ GeV} \cdot \rho_B^T = 2,1 \cdot 10^{-7} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}$$

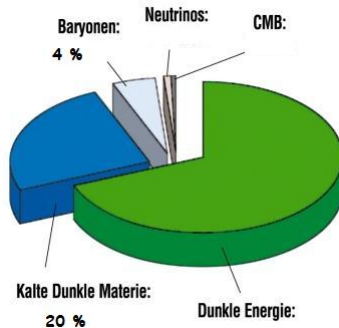
$$\rho_c = 1,05 \cdot 10^{-5} h^2 \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}$$

$$\Omega_B h^2 = \frac{\rho_B}{\rho_c} \cdot h^2 \approx 0,02$$

$$\Omega_m h^2 = 0,128$$

$$\boxed{\Omega_B = 4\% \iff \Omega_m = 24\%}$$

—→ **Dunkle Materie**



Quelle: <http://www.schattenblick.de>

Baryondichte

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \quad \boxed{\rho_\gamma^T = 411 \frac{1}{\text{cm}^3}} \quad \text{CMB}$$

$$\Rightarrow \rho_B^T = \eta \cdot \rho_\gamma^T$$

$$\rho_B = 1 \text{ GeV} \cdot \rho_B^T = 2,1 \cdot 10^{-7} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}$$

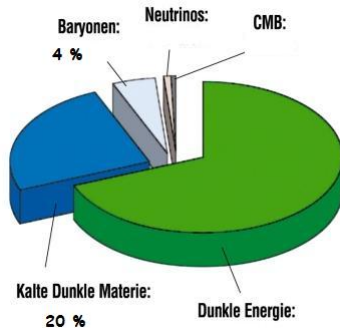
$$\rho_c = 1,05 \cdot 10^{-5} h^2 \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}$$

$$\Omega_B h^2 = \frac{\rho_B}{\rho_c} \cdot h^2 \approx 0,02$$

$$\Omega_m h^2 = 0,128$$

$$\boxed{\Omega_B = 4\% \iff \Omega_m = 24\%}$$

→ **Dunkle Materie**



Quelle: <http://www.schattenblick.de>

Fazit

- Thermodynamik und Kernphysik
- Zurück bis $1/100$ s
- Vorhersagen über 10 Größenordnungen
- Unabhängige Bestätigung
- Stütze der BB-Theorie
- Existenz Dunkler Materie

Schluss

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Quellen

- A. Liddle, Einführung in die moderne Kosmologie
- H. V. Klapdor-Kleingrothaus/ K. Zuber, Teilchenastrophysik
- A. Unsöld/ B. Baschek, Der neue Kosmos
- Povh/ Rith/ Scholz/ Zetsche, Teilchen und Kerne
- ATP Skript, Prof. Dr. G. Drexlin
- Particle Data Group (<http://pdg.lbl.gov/>)